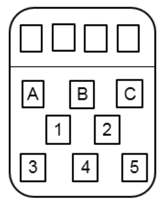
وزارة التربية والتعليم العالي	امتحانات الشهادة الثانوية العامة	دورة العام ٢٠٢١ الاستثنائية
المديريّة العامّة للتربية	فرع: علوم الحياة	السبت في ٤ أيلول ٢٠٢١
دائرة الامتحانات الرسميّة		

عدد المسائل: ثلاث	مسابقة في مادة الرياضيات	الاسم:
	المدة: ساعة ونصف	الرقم:

ملاحظة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشّح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة)

I- (4 points)

Dans le tableau suivant, une seule des réponses proposées à chaque question est correcte.
Ecrire le numéro de chaque question et donner, **en justifiant**, la réponse qui lui correspond.

Nº	Questions	Réponses proposées		
		a	b	c
1	L'inéquation $\ln x < 1$ est vérifiée pour	$x < 0$	$0 < x < e$	$x > e$
2	L'équation $\ln^2 x + \ln x - 6 = 0$ admet deux solutions x_1 et x_2. Le produit $x_1.x_2$ est égal à	-6	e^{-1}	e^{30}
3	$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x+\ln x}{x}+1\right) =$	$+\infty$	1	2
4	Le clavier d'entrée d'un immeuble est formé de trois lettres A, B et C et de cinq chiffres 1, 2, 3, 4 et 5. Le code d'entrée est formé d'une lettre suivie d'un nombre de trois chiffres distincts. Le nombre de tous les codes possibles est 	15	180	375

II- (6 points)

Une urne U contient des boules rouges et des boules noires numérotées par des entiers naturels distincts.

- 60 % des boules sont rouges, parmi lesquelles 80 % portent des entiers impairs.
- 70 % des boules noires portent des entiers impairs.

Partie A

On tire au hasard une boule de l'urne U. On considère les événements suivants :
R : « la boule tirée est rouge » et I : « la boule tirée porte un nombre impair ».

1) Montrer que la probabilité $P(I \cap R)$ est égale à 0,48 et calculer $P(I \cap \overline{R})$.
2) En déduire que $P(I) = 0{,}76$.
3) Les événements R et I sont-ils indépendants ? Justifier.

Partie B

Dans cette partie on suppose que le nombre des boules dans l'urne U est 50.

1) Montrer que le nombre des boules rouges portant des nombres impairs est 24.
2) Copier et compléter le tableau suivant :

	Rouge	Noire	Total
Impair			38
Pair			
Total	30		50

3) On tire au hasard et simultanément 3 boules de l'urne U.
   a- Calculer la probabilité de tirer au moins une boule rouge portant un nombre impair.
   b- Les boules portant des nombres pairs sont numérotées 2, 4, 6, …, 24.
   Sachant que les 3 boules tirées portent des nombres pairs, calculer la probabilité que chacune de ces boules porte un nombre plus grand que 15.

III- (10 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{i}\,\vec{j})$.

On considère la fonction f définie, sur $\mathbb{R}$, par $f(x) = 2xe^{-x+1} + 1$ et on désigne par (C) sa courbe

représentative.

1) Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1$. En déduire une asymptote (d) à (C).

3) Montrer que $f'(x) = 2(1 - x)e^{-x+1}$.

4) Copier et compléter le tableau de variations de f suivant.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$		0	
$f(x)$			

5) **a-** Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet, sur $\mathbb{R}$, une solution unique α.

b- Vérifier que $-0{,}16 < \alpha < -0{,}15$.

6) Calculer $f(-0{,}5)$ et $f(0)$ puis tracer (C) et (d).

7) **a-** Montrer que $\int xe^{-x+1}dx = (-x - 1)e^{-x+1} + K$ où K est un réel.

b- En déduire l'aire du domaine limité par (C), la droite d'équation $y = 3$ et les deux droites d'équations $x = 0$ et $x = 4$.

عدد المسائل: ثلاث

اسس تصحيح مادة الرياضيات

I	Réponses		Notes 4 pts
1	Lnx < 1 . Donc, x < e mais x > 0 . Alors , 0 < x < e	(b)	1
2	Les racines de l'équation : $\ln^2 x+\ln x-6=0$ are $x_1=e^{-3}$ et $x_2=e^2$. Donc $x_1.x_2=e^{-1}$	(b)	1
3	$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x+\ln x}{x}+1\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x}{x}+\frac{\ln x}{x}+1\right)=1+0+1=2$ car $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{\ln x}{x}\right)=0$	(c)	1
4	Le nombre de tous les codes est : $3\times A_5^3=180$	(b)	1

II	Réponses	Notes 6 pts
A1	$P(I\cap R)=P(I/R)\times P(R)=0{,}8\times 0{,}6=0{,}48$ $P(I\cap \overline{R})=P(I/\overline{R})\times P(\overline{R})=0{,}7\times 0{,}4=0{,}28$	1
A2	$P(I)=P(I\cap R)+P(I\cap \overline{R})=0{,}48+0{,}28=0{,}76$	0,5
A3	Comme $P(I\cap R)=0{,}48\neq P(I)\times P(R)=0{,}76\times 0{,}6=0{,}456$ alors les événements R et I ne sont pas indépendants.	0,5
B1	Le nombre des boules rouges portant des nombres impairs est $50\times 0{,}48=24$	1
B2	(tableau ci-dessous)	1
B3.a	P (tirer au moins une boule rouge portant un nombre impair) $=1-\frac{C_{26}^3}{C_{50}^3}=\frac{85}{98}$	1
B3.b	2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12 ; 14 ; <u>16</u> ; <u>18</u> ; <u>20</u> ; <u>22</u> ; <u>24</u> P (chacune des boules porte un nombre plus grand que 15/ les nombres portés par les boules s pairs) $=\frac{C_5^3}{C_{12}^3}=\frac{1}{22}$	1

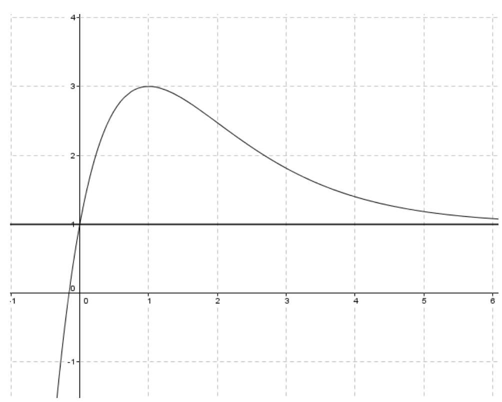
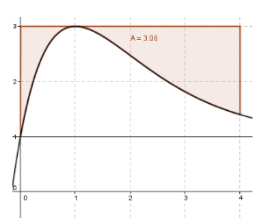
B2 :

	Rouge	Noire	Total
Impair	24	14	38
Pair	6	6	12
Total	30	20	50

<table>
<tr><th>III</th><th>Réponses</th><th>Notes
10 pts</th></tr>
<tr><td>1</td><td>$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = (-\infty)(+\infty)+1 = -\infty$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>2</td><td>$\lim\limits_{x\to+\infty} (2x)e^{-x+1} = +\infty \,.\, 0$ FI ;

$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{2x}{e^{x-1}} = \frac{0}{0}$ F.I donc $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{2x}{e^{x-1}}$ RH $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{2}{e^{x-1}} = 0.$
Donc $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0 + 1 = 1$

(d) : y = 1 est asymptote à (C).</td><td>1</td></tr>
<tr><td>3</td><td>$f'(x) = (2x)'.e^{-x+1} + (-e^{-x+1}).2x + 0 = 2(1-x)e^{-x+1}$</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>4</td><td>$$\begin{array}{c|ccccc} x & -\infty & & 1 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & & \nearrow & 3 & \searrow & \\ & -\infty & & & & 1 \end{array}$$</td><td>1,5</td></tr>
<tr><td>5.a</td><td>• Sur] -∞ ; 1 [: f est continue, strictement croissante de -∞ à 3 donc l'équation f(x) = 0 admet une solution α
• Sur [1 ; +∞ [: f est continue, strictement décroissante de 3 à 1 donc l'équation f(x) = 0 n'admet aucune solution.

D'où l'équation f(x) = 0 admet, sur ℝ, une solution unique α</td><td>1</td></tr>
<tr><td>5.b</td><td>$f(-0{,}16) \approx -0{,}02 < 0$
$f(-0{,}15) \approx +0{,}05 > 0$</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>6</td><td>$f(-0{,}5) = -e^{1{,}5} + 1 \approx -3{,}481$
$f(0) = 1$
</td><td>2</td></tr>
<tr><td>7.a</td><td>$(-x-1)'e^{-x+1} + (-x-1)(e^{-x+1})' = (-1 + x + 1)\, e^{-x+1} = xe^{-x+1}$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>7.b</td><td>$A = \int_0^4 [3 - f(x)]dx = \int_0^4 [2 - 2xe^{-x+1}]dx$
$= [\, 2x + 2(x+1)e^{-x+1}]_0^4 = 8 + 10\, e^{-3} - 2\, e \approx 3{,}06$ (unité)^2.

</td><td>1,5</td></tr>
</table>