عدد المسائل: ثلاث	مسابقة في مادة الرياضيات المدة: ساعة ونصف الساعة	الاسم: الرقم:

ملاحظة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشّح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة).

I- (4 points)

Dans le tableau suivant une seule des réponses proposées à chaque question est correcte.
Écrire le numéro de chaque question et donner, en **justifiant**, la réponse qui lui correspond.

№	Questions	Réponses		
		a	**b**	**c**
1	Soit f la fonction donnée par $f(x) = \dfrac{\ln(x-2)}{x}$ Le domaine de définition de f est	$[0\ ;+\infty[$	$]2\ ;+\infty[$	$]0\ ;2[\,\cup\,]2\ ;+\infty[$
2	La solution de l'équation $\ln(x-2) = \ln(-x+4)$ est	1	2	3
3	Soit f la fonction définie sur $]0\ ;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{\ln(x)}{x}$. Une primitive de f est	$(\ln(x))^2$	$\dfrac{(\ln(x))^2}{2}$	$2(\ln(x))^2$
4	$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1+\ln(x)}{\ln(x)}$ est égale à	0	1	$+\infty$

II- (6 points)

On dispose de deux urnes U et V :

- U contient 3 boules rouges et 5 boules bleues.
- V contient 4 boules rouges et 3 boules bleues.

Partie A

On tire au hasard une boule de l'urne U et une boule de l'urne V.

1) Montrer que la probabilité de tirer deux boules rouges est $\frac{3}{14}$.
2) Calculer la probabilité de tirer deux boules de même couleur.
3) Calculer la probabilité de tirer deux boules de couleurs différentes.

Partie B

Dans cette partie, on tire au hasard une boule de l'urne U :

- si la boule tirée de l'urne U est rouge, alors on tire au hasard et simultanément deux boules de l'urne V.
- si la boule tirée de l'urne U est bleue, alors on tire au hasard et simultanément trois boules de l'urne V.

On considère les évènements suivants :
R : « la boule tirée de l'urne U est rouge »
S : « les boules tirées de l'urne V sont de même couleur ».

1) Déterminer la probabilité P(R).
2) Montrer que $P(S / R) = \frac{3}{7}$ et en déduire $P(S \cap R)$.
3) La probabilité $P\left(S \cap \overline{R}\right) = \frac{5}{56}$, calculer P(S).

III- (10 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{x} - x - 2$.

On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$.

Soit (d) la droite d'équation $y = -x - 2$.

1) Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$. Calculer $f(2)$.

2) **a-** Déterminer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

b- Démontrer que (d) est une asymptote à (C) en $-\infty$.

c- Démontrer que (C) est au-dessus de (d) pour tout $x \in \mathbb{R}$.

3) Déterminer $f'(x)$ puis dresser le tableau de variations de f.

4) L'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions $\alpha > 0$ et $\beta < 0$.

Vérifier que $1\ 1 < \alpha < 1\ 2$.

5) Sachant que $-1\ 9 < \beta < -1\ 8$, tracer (d) et (C),

6) Soit $A(\alpha)$ l'aire de la partie délimitée par la courbe (C) la droite (d) et les deux droites d'équations $x = 0$ et $x = \alpha$.

a- Vérifier que $e^{\alpha} = \alpha + 2$.

b- Démontrer que $A(\alpha) = (\alpha + 1)$ unités d'aire.

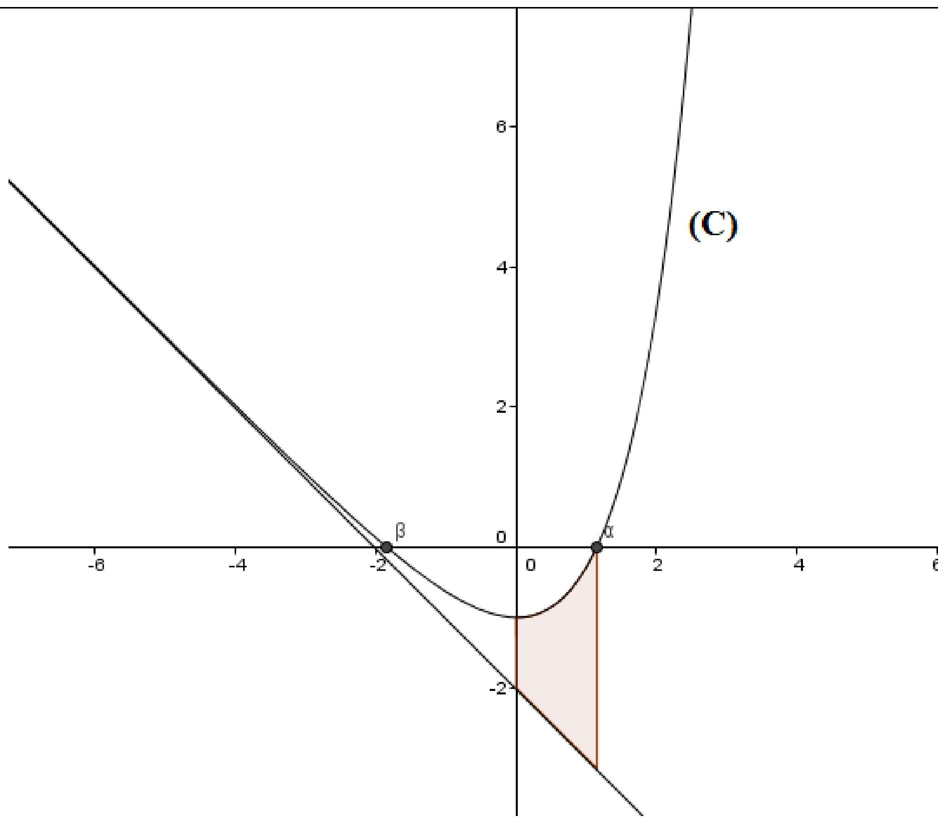
امتحانات الشهادة الثانوية العامة
فرع علوم الحياة

دورة العام ٢٠٢١ العادية

اسس تصحيح

I	Eléments de réponses	Note/4
1	b, $x-2>0$ et $x\neq 0$; donc le domaine =]2 +∞[	1
2	c, $2<x<4; x-2=-x+4; x=3$ deuxième méthode: par vérification pour x=3, ln(1) = ln (1)	1
3	**b,** soit u = ln x, $u'=\frac{1}{x}$, $\int \frac{ln(x)}{x}dx=\int u'\times u dx=\frac{(ln(x))^2}{2}+c$ deuxième méthode: par vérification $\left(\frac{(ln(x))^2}{2}\right)'=\frac{ln(x)}{x}$	1
4	**b,** $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1+\ln(x)}{\ln(x)}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{\ln(x)}+1=1$ deuxième méthode: par vérification $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1+\ln(x)}{\ln(x)}=\boldsymbol{R,H}\ \lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}}=\mathbf{1}$	1

II	Eléments de réponses	Note/6
A1	$P(2\ boules\ rouges)=\frac{C_3^1}{C_8^1}\times\frac{C_4^1}{C_7^1}=\frac{3}{8}\times\frac{4}{7}=\frac{3}{14}$.	1
A2	$P(\text{même couleur})=\frac{3}{14}+\frac{C_5^1}{C_8^1}\times\frac{C_3^1}{C_7^1}=\frac{3}{14}+\frac{5}{8}\times\frac{3}{7}=\frac{27}{56}$	1
A3	$P(\text{ couleurs différentes})=1-\frac{27}{56}=\frac{29}{56}$	1
B1	$P(R)=\frac{C_3^1}{C_8^1}=\frac{3}{8}$	1
B2	P(S/R)= $\frac{C_4^2}{C_7^2}+\frac{C_3^2}{C_7^2}=\frac{3}{7}$ P(R)×P(S/R)=$\frac{3}{8}\times\frac{3}{7}=\frac{9}{56}$	1
B3	P(S)= P(S ∩ R)+P$\left(S\cap\overline{R}\right)$=$\frac{9}{56}+\frac{5}{56}=\frac{1}{4}$	1

<table>
<tr><th>III</th><th>Eléments de réponses</th><th>Note/10</th></tr>
<tr><td>1</td><td>$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} x\left(\frac{e^x}{x} - 1\right) - 2 = +\infty(+\infty - 1) - 2 = +\infty$
$f(2) = e^2 - 4 \cong 3\ 39$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>2a</td><td>$\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$</td><td>½</td></tr>
<tr><td>2b</td><td>$\lim_{x\to-\infty} [f(x) - (-x-2)] = \lim_{x\to-\infty} e^x = 0$
alors $y = -x - 2$ est une asymptote oblique à (C).</td><td>1</td></tr>
<tr><td>2c</td><td>$f(x) - y_d = e^x > 0$ pour tout x
Alors (C) est au-dessus de (d) pour tout $x \in \mathbb{R}$.</td><td>1</td></tr>
<tr><td>3</td><td>$f'(x) = e^x - 1$; $f'(x) = 0\ pour\ x = 0$
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>f'</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr>
<tr><td>f</td><td>$+\infty$ ↘</td><td>-1</td><td>↗ $+\infty$</td></tr>
</table></td><td>2</td></tr>
<tr><td>4</td><td>$f(1\ 1) = -0\ 096$|(négative)
$f(1\ 2) = 0\ 12$ (positive) et f est continue donc $1\ 1 < \alpha < 1\ 2$
Autre méthode $f(1\ 1) \times f(1\ 2) < 0$ et f est continue donc $1\ 1 < \alpha < 1\ 2$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>5</td><td>
</td><td>2</td></tr>
<tr><td>6a)</td><td>$f(\alpha) = 0$, $e^\alpha - \alpha - 2 = 0 \Rightarrow e^\alpha = \alpha + 2$</td><td>½</td></tr>
<tr><td>6b)</td><td>$Aire = \int_0^\alpha [f(x) - y_{(d)}]\,dx = \int_0^\alpha e^x\,dx = e^x]_0^\alpha = e^\alpha - 1 = (\alpha + 1)$ unités d'aire.</td><td>1</td></tr>
</table>