

| | | |
|-------------------|--------------------------|------------------|
| عدد المسائل: ثلاث | مسابقة في مادة الرياضيات | الاسم: الرقم: |
| | المدة: ساعة ونصف الساعة | |

ملاحظة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة).

I- (٤ علامات)

في الجدول التالي يوجد إجابة واحدة فقط صحيحة من بين الإجابات المقترحة لكل سؤال. اكتب رقم كل سؤال مع الإجابة وبرر إجابتك.

| الرقم | السؤال | الإجابات | | |
|-------|---|-----------------|------------------------|------------------------------|
| | | a | b | c |
| ١ | لتكن f الدالة المعطاة $f(x) = \frac{\ln(x-2)}{x}$ مجال الدالة f هو | $[0 ; +\infty[$ | $]2 ; +\infty[$ | $]0 ; 2[\cup]2 ; +\infty[$ |
| ٢ | حل المعادلة $\ln(x-2) = \ln(-x+4)$ هو | 1 | 2 | 3 |
| ٣ | لتكن f الدالة المعرفة على الشكل التالي $f(x) = \frac{\ln(x)}{x}$. تكامل الدالة f هو | $(\ln(x))^2$ | $\frac{(\ln(x))^2}{2}$ | $2(\ln(x))^2$ |
| ٤ | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \ln(x)}{\ln(x)}$ يساوي | 0 | 1 | $+\infty$ |

II- (٦ علامات)

U و V علبتان حيث:

- تحتوي العلبة U على ٣ كرات حمراء و ٥ كرات زرقاء.
- تحتوي العلبة V على 4 كرات حمراء و ٣ كرات زرقاء.

القسم A

تم اختيار كرة واحدة عشوائياً من العلبة U وكرة واحدة عشوائياً من العلبة V.

- (١) برهن أن احتمال اختيار كرتين حمراوين هو $\frac{3}{14}$.
- (٢) احسب احتمال اختيار كرتين لهما اللون نفسه.
- (٣) احسب احتمال اختيار كرتين لهما لونين مختلفين.

القسم B

في هذا القسم، تم سحب كرة واحدة عشوائياً من العلبة U:

- إذا كانت الكرة المسحوبة من العلبة U حمراء اللون، فإنه سيتم سحب كرتين عشوائياً وبشكل متزامن من العلبة V.
 - إذا كانت الكرة المسحوبة من العلبة U زرقاء اللون، فإنه سيتم سحب ثلاث كرات عشوائياً وبشكل متزامن من العلبة V.
- لتكن الأحداث التالية:

R: "الكرة التي تم سحبها من العلبة U حمراء اللون"
S: "الكرات التي تم سحبها من العلبة V لها اللون نفسه".

- (١) احسب الاحتمال $P(R)$.
- (٢) برهن أن $P(S/R) = \frac{3}{7}$ واستنتج $P(S \cap R)$.
- (٣) الاحتمال $P(S \cap \bar{R}) = \frac{5}{56}$. احسب $P(S)$.

III- (10 علامات)

لتكن f الدالة المعرفة على \mathbb{R} كما يلي : $f(x) = e^x - x - 2$

وليكن (C) التمثيل البياني لهذه الدالة في المستوي الاحداثي العائد للنظام $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

ليكن (d) المستقيم ذو المعادلة $y = -x - 2$.

(١) برهن أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ واحسب $f(2)$.

(٢) أ. أوجد $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

ب. برهن أن (d) هو المقارب (المحاذي) للبيان (C) على $-\infty$.

ج. برهن أن (C) أعلى من (d) لكل قيم المتغير x .

(٣) احسب $f'(x)$ وانشئ جدول التغير للدالة f .

(٤) للمعادلة $f(x) = 0$ جذرين $\alpha > 0$ و $\beta < 0$.

تحقق أن $1,1 < \alpha < 1,2$.

(٥) علمًا بأن $-1,9 < \beta < -1,8$ ، ارسم (C) و (d).

(٦) لتكن $A(\alpha)$ مساحة المنطقة المحددة بالبيان (C)، المستقيم (d) والمستقيمين ذوي المعادلتين $x = \alpha$ و $x = 0$.

أ- تحقق أن $e^\alpha = \alpha + 2$.

ب- برهن أن $A(\alpha) = \alpha + 1$ وحدات مساحة.