مسابقة في مادة الفيزياء	الاسم:
المدة: ساعتان ونصف	الرقم:

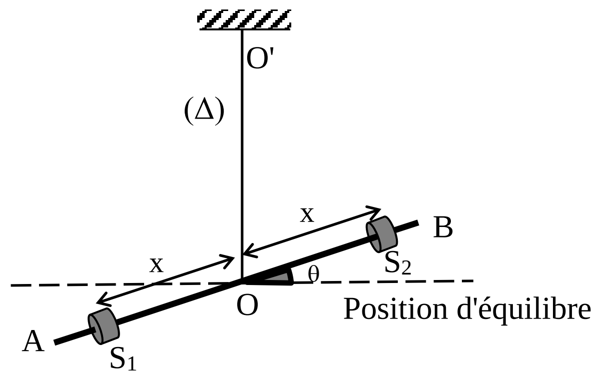
Cette épreuve est formée de quatre exercices obligatoires répartis sur quatre pages.
L'usage d'une calculatrice non programmable est autorisé.

Exercice 1 (5 pts)

Pendule de torsion

On dispose d'un pendule de torsion (P) formé de :

- une tige homogène et uniforme AB suspendue en son centre de masse O à un fil de torsion vertical, dont l'extrémité supérieure est fixée en un point O' ;
- deux objets identiques (S_1) et (S_2), assimilés à des particules, de même masse m = 200 g. Ces deux particules sont fixés sur la tige à la même distance réglable « x » de part et d'autre de O. (Doc. 1)



Doc. 1

Le fil de torsion OO', de masse négligeable, a une constante de torsion C et la tige AB possède un moment d'inertie I_0 par rapport à un axe (Δ) confondu avec (OO').

On écarte la tige de sa position d'équilibre d'un angle θ_m dans le plan horizontal puis on la lâche sans vitesse initiale.

La tige se met à osciller, sans frottement, dans un plan horizontal autour de (Δ). À la date t, l'abscisse angulaire de la tige est θ et sa vitesse angulaire est $\theta' = \frac{d\theta}{dt}$.

Le plan horizontal contenant la tige est pris comme niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur.

Prendre $\pi^2 = 10$

1) Écrire, en fonction de I_0, m et x, l'expression du moment d'inertie I de (P) par rapport à (Δ).

2) Écrire l'expression de l'énergie mécanique E_m du système [(P), Terre] en fonction de I, θ, C et θ'.

3) Établir l'équation différentielle en θ qui régit le mouvement de (P).

4) Déduire l'expression de la période propre T_0 de (P) en fonction de I et C.

5) Montrer que : $T_0^2 = \frac{4\pi^2 I_0}{C} + \frac{8\pi^2 m\,x^2}{C}$

6) On fait varier la distance x et on mesure pour chaque cas la durée de 10 oscillations complètes de (P). On inscrit les valeurs mesurées dans le tableau du document 2.

x (cm)	10	15	20	25
Durée de 10 oscillations (s)	5,83	6,24	6,78	7,41
T_0 (s)				
T_0^2 (s^2)				
x^2 (m^2)				

Doc. 2

6.1) Recopier puis compléter le tableau du document 2.

6.2) Tracer, sur la feuille de papier millimétré, la courbe donnant T_0^2 en fonction de x^2.

Prendre comme échelle : sur l'axe des abscisses : 1 cm ↔ 0,01 m^2
sur l'axe des ordonnées : 1 cm ↔ 0,1 s^2

6.3) L'allure de cette courbe peut être considérée conforme à l'expression de T_0^2 de la partie (5). Justifier.

7) Déduire les valeurs de I_0 et C.

Exercice 2 (5 pts)

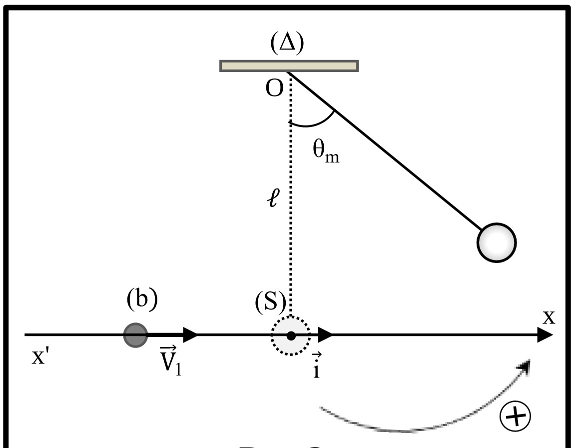
Période d'un pendule simple

Un pendule simple est formé d'une sphère (S), assimilée à une particule, de masse m_s= 2 kg et suspendue à un fil inextensible, de masse négligeable et de longueur ℓ = 1 m.

Une bille (b) de masse m_b= 50 g est lancée suivant un axe horizontal x'x de vecteur unitaire $\vec{i}$, avec une vitesse $\vec{V}_1 = 11\,\vec{i}$ (m/s) et entre en collision frontale avec (S) initialement au repos.

Juste après la collision, la bille (b) rebrousse chemin horizontalement avec une vitesse $\vec{V}_1' = -\,10{,}46\,\vec{i}$ (m/s) et (S) se met en mouvement avec une vitesse horizontale de valeur V_0.

Le pendule [fil, (S)] oscille, sans frottement, dans un plan vertical, autour d'un axe horizontal (Δ) passant par l'extrémité supérieure O du fil (Doc. 3).



Doc. 3

Le but de cet exercice est de déterminer la période des oscillations du pendule pour différentes valeurs de la vitesse de lancement de la bille.

Prendre :

- le plan horizontal passant par la position la plus basse de (S) comme niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur ;
- $\sin\theta \cong \theta$ (θ en rd) pour $\theta \leq 0{,}175$ rd ;
- $g = 10$ m/s^2.

1) Collision entre (S) et (b)

1.1) En appliquant la loi de conservation de la quantité de mouvement au système [(S), (b)], montrer que $V_0 = 0{,}537$ m/s .

1.2) Montrer que la collision est élastique.

2) Déviation maximale du pendule

Après la collision, le pendule atteint un écart angulaire maximal θ_m. Montrer que θ_m= 0,17 rd.

3) Oscillation du pendule

Après la collision, le pendule [fil, (S)] oscille, dans un plan vertical autour de (Δ). À un instant t, l'abscisse angulaire du pendule est θ et sa vitesse angulaire est $\theta' = \dfrac{d\theta}{dt}$.

L'équation différentielle en θ qui régit les oscillations du pendule est : $\theta'' + \dfrac{g}{\ell}\sin\theta = 0$.

3.1) Déduire que le mouvement du pendule est harmonique simple.

3.2) Déduire l'expression de la période propre T_0 des oscillations en fonction de ℓ et g.

3.3) Calculer la valeur de T_0.

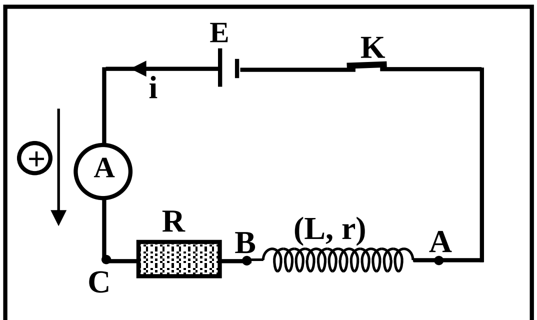
4) La même expérience est répétée en lançant la bille horizontalement vers (S) avec une vitesse $\vec{V}_1 = V_1\,\vec{i}$ avec $V_1 < 11$ m/s. Préciser si la période des oscillations du pendule augmente, diminue ou reste la même.

Exercice 3 (5 pts)

Caractéristiques d'une bobine

On réalise le circuit du document 4 comprenant :

- un générateur idéal de f.é.m. E = 12 V ;
- un conducteur ohmique de résistance R = 15 Ω ;
- une bobine d'inductance L et de résistance r ;
- un ampèremètre (A) de résistance négligeable ;
- un interrupteur K.



Doc. 4

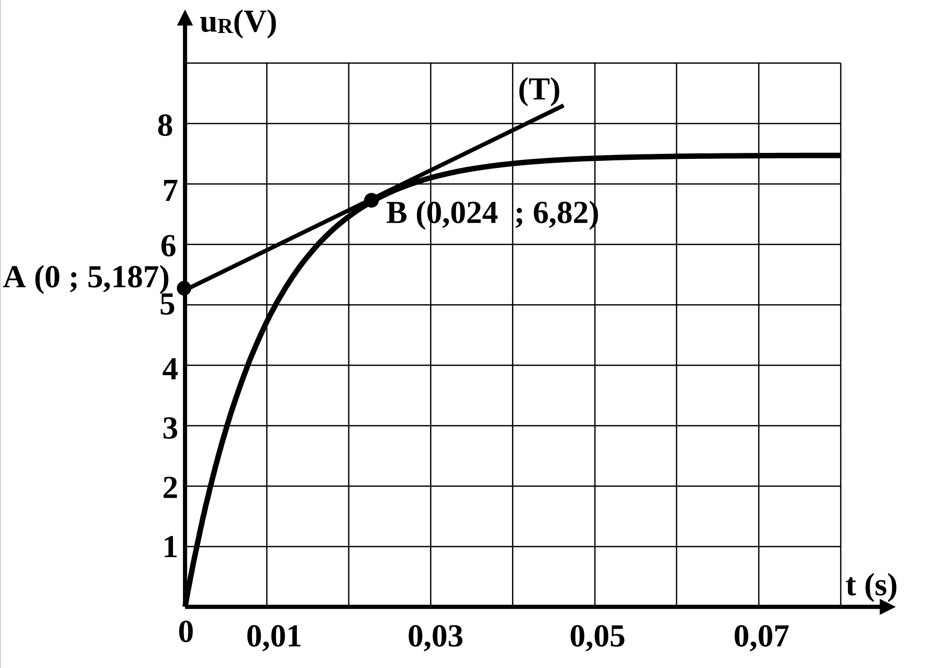
Le but de cet exercice est de déterminer les valeurs de L et r.
À l'instant $t_0 = 0$, on ferme l'interrupteur K, l'intensité du courant électrique i parcourant le circuit, commence à croitre progressivement.
À l'instant t_1, le régime permanent est établi dans le circuit et l'ampèremètre (A) affiche une intensité $I_1 = 0,5$ A.

1) Un phénomène d'auto-induction a lieu dans la bobine entre t_0 et t_1. Expliquer ce phénomène.
2) En régime permanent, la bobine se comporte comme un conducteur ohmique de résistance r. Justifier.
3) Montrer que la valeur de la résistance de la bobine est r = 9 Ω.
4) Montrer que l'équation différentielle qui décrit l'évolution de $u_{CB} = u_R$ est :

$$\frac{RE}{L} = \left(\frac{r+R}{L}\right)u_R + \frac{du_R}{dt}$$

5) Vérifier que $u_R = \frac{RE}{r+R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ est une solution de cette équation différentielle où $\tau = \frac{L}{r+R}$.
6) Déduire l'expression de l'instant t_1 en fonction de L, r et R.
7) La courbe du document 5 montre l'évolution de u_R au cours du temps.
(T) est la tangente à la courbe u_R au point B (0,024 s ; 6,82 V).

7.1) Calculer la pente de la tangente (T).
7.2) En utilisant le document 5 et l'équation différentielle, déduire la valeur de l'inductance L.



Doc. 5

Exercice 4 (5 pts)

Induction électromagnétique

Deux rails conducteurs, CD et EF parallèles, de résistance négligeable et distants de $\ell = 15$ cm, sont placés dans un plan horizontal.

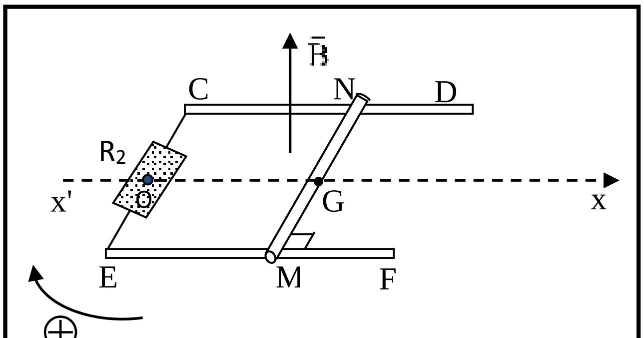
Une tige conductrice rigide MN, de longueur ℓ, perpendiculaire aux rails et peut glisser, sans frottement, dans une direction parallèle aux rails le long d'un axe horizontal x'x. La résistance de cette tige vaut $R_1 = 0{,}5\ \Omega$.

Les extrémités C et E des rails sont reliées à un conducteur ohmique de résistance $R_2 = 0{,}5\ \Omega$.

Le circuit ainsi formé par les deux rails et la tige, est placé dans un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme, vertical, perpendiculaire au plan des rails et d'intensité $B = 0{,}5$ T (Doc. 6).

À l'instant $t_0 = 0$, le centre de masse G de la tige coïncide avec l'origine O de l'axe x'x, on déplace la tige à vitesse constante $\vec{V}$ de gauche à droite (dans le sens positif de l'axe x'x).

À un instant t, le centre de masse G de la tige est repéré par son abscisse $x = \overline{OG} = 2\,t$ (x en m et t en s).



Doc. 6

1) Le flux traversant le circuit fermé CNME varie.
   - **1.1)** Indiquer la cause de la variation du flux magnétique traversant ce circuit.
   - **1.2)** Expliquer cette affirmation « Le courant électrique induit existe dans le circuit CNME tant que la tige MN se déplace ».
2) Montrer que l'expression du flux magnétique à travers la surface CNME est $\phi = -\,0{,}15\,t$ (S.I.).
3) Déterminer la valeur de la force électromotrice induite « e » dans la tige.
4) Sachant que $u_{NM} = R_1\,i - e$, montrer que l'expression de l'intensité du courant électrique induit dans le circuit CNME est : $i = \dfrac{e}{R_1 + R_2}$
5) Déduire la valeur et le sens de i.
6) Une force électromagnétique (force de Laplace) $\vec{F}$ agit sur la tige mobile MN.
   - **6.1)** Indiquer le sens de cette force.
   - **6.2)** Calculer la valeur F de $\vec{F}$.
7) On déplace la tige avec une vitesse constante de même valeur que celle de $\vec{V}$ mais en inversant le sens du déplacement de droite à gauche. Indiquer, dans ce cas, le sens et la valeur de la force électromagnétique.

مسابقة في مادة الفيزياء
المدة: ساعتان ونصف

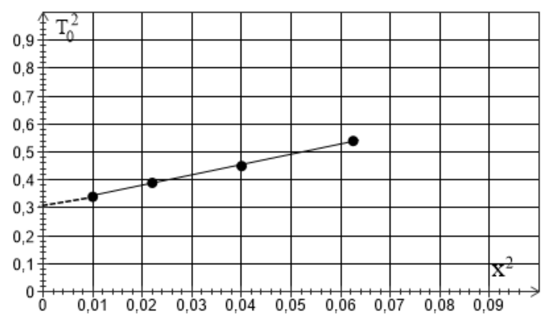
Exercice 1 (5 pts) Pendule de torsion

Partie	Réponse	Note
1	$I_{[P]/\Delta} = I_{tige/\Delta} + I_{S1/\Delta} + I_{S2/\Delta} = I_0 + mx^2 + mx^2 = I_0 + 2mx^2$	0,25
2	$E_m = \frac{1}{2} I\theta'^2 + \frac{1}{2} C\theta^2$	0,5
3	E_m= Cte donc $\frac{dE_m}{dt} = 0$; $I\theta'\theta'' + C\theta\theta' = 0$ donc $\theta'' + \frac{C}{I}\theta = 0$	0,5
4	L'équation différentielle est de la forme : $\theta'' + \omega_0^2\theta = 0$ avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{C}{I}}$	0,25
	Par suite $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{C}}$	0,25
5	$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I}{C}} = 2\pi\sqrt{\frac{I_0 + 2mx^2}{C}}$ on élève au carré pour avoir $T_0^2 = \frac{4\pi^2 I_0}{C} + \frac{8\pi^2 m x^2}{C}$	0,25

6.1 (0,75)

x (cm)	10	15	20	25
Durée de 10 oscillations	5,83	6,24	6,78	7,41
T_0 (s)	0,583	0,624	0,678	0,741
T_0^2 (s^2)	0,34	0,39	0,46	0,55
x^2 (m^2)	0,01	0,022	0,04	0,06

6.2 (0,75)



6.3 (0,5)

L'allure de la courbe est une ligne droite dont le prolongement ne passe pas par l'origine, donc son équation est de la forme : $T_0^2 = A\, x^2 + B$ (A et B deux constantes positives)

Ce qui est conforme avec la relation $T_0^2 = \frac{4\pi^2 I_0}{C} + \frac{8\pi^2 m x^2}{C}$

Partie	Réponse	Note
7	Pente de la courbe = $\frac{8\pi^2 m}{C} = \frac{80 \times 0{,}02}{C} = \frac{0{,}55 - 0{,}34}{0{,}06 - 0{,}01} = 4.2$; C $\cong$ 4 N.m/rd	0,5
	Choix d'un point particulier de la courbe : $I_0 \cong 0{,}03$ kg .m^2	0,5

Exercice 2 (5 pts)	Période d'un pendule simple	
Partie	**Réponse**	**Note**
1.1	$\vec{P}_{avant} = \vec{P}_{après}$; $m_b\vec{v}_1 = m_b\vec{v'}_1 + m_s\vec{v}_0$ $m_b\vec{v}_1 - m_b\vec{v'}_1 = m_s\vec{v}_0$; $m_b(\vec{v}_1 - \vec{v'}_1) = m_s\vec{v}_0$ $0{,}05\,(11\,\vec{i} + 10{,}46\,\vec{i}) = 2\,\vec{v}_0$; $\vec{v}_0 = 0{,}537\,\vec{i}$ (m/s)	**1**
1.2	$Ec_{avant} = \frac{1}{2}m_b v_1^2 = \frac{1}{2}\times 0{,}05\times 11^2 = 3{,}02$ J $Ec_{apres} = \frac{1}{2}m_b v_1'^2 + \frac{1}{2}m_S v_0^2 = \frac{1}{2}\times 0{,}05\times 10{,}46^2 + \frac{1}{2}\times 2\times 0{,}537^2 = 3{,}02$ J $Ec_{avant} = Ec_{apres}$ donc collision élastique	**1**
2	Em est constante, donc : $\frac{1}{2}m_s v_0^2 = m_s g\,\ell\,(1 - \cos\theta_m)$ $\frac{1}{2}(0{,}537^2) = 10\times 1\times (1 - \cos\theta_m)$, donc $\cos\theta_m = 0{,}986$, so $\theta_m = 0{,}17$ rd	**1**
3.1	$\theta m \leq 0{,}175$ rd donc $\sin\theta \approx \theta$ donc $\theta'' + \frac{g}{\ell}\sin\theta = 0$. L'équation différentielle sera de le forme : $\theta'' + \omega_0^2\theta = 0$ avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$. Donc le mouvement du pendule est harmonique simple.	**0,5**
3.2	$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$	**0,5**
3.3	$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{1}{10}} = 1{,}99 \cong 2$ s	**0,5**
4	$V_1 < 11$ m/s, donc $\theta m \leq 0{,}175$ rd, par suite le mouvement est toujours harmonique simple, donc $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ qui est indépendante de V_1. Donc la période des oscillations reste la même.	**0,5**

Exercice 3 (5 pts)	Caractéristiques d'une bobine	
Partie	**Réponse**	**Note**
1	Entre t_0 et t_1, le courant augmente, donc le la valeur du champ magnétique produite dans la bobine augmente, donc la bobine est parcourue par un flux magnétique variable. Par suite la bobine est le siège d'une f.é.m. induite.	**0,5**
2	$u_{BA} = ri + L\frac{di}{dt}$ En régime permanent, i = I_1 = constante , donc $\frac{di}{dt} = 0$ Par suite, u_{BA} = ri ; alors la bobine se comporte comme un conducteur ohmique.	**0,5**
3	$u_{CA} = u_{CB} + u_{BA}$, donc E = Ri + ri +L$\frac{di}{dt}$ En régime permanent : E = RI_1 + rI_1 $I_1 = \frac{E}{R+r} = \frac{12}{15+r} = 0{,}5$, donc $15+r = \frac{12}{0{,}5} = 24$, alors $r=9\Omega$	**0,5**
4	$E = Ri + +ri + L\frac{di}{dt}$, donc $E = L\frac{di}{dt} + (R+r)i$ $u_R = Ri$; alors $i = \frac{u_R}{R}$ et $\frac{di}{dt} = \frac{1}{R}\frac{du_R}{dt}$ donc : $E = \frac{L}{R}\frac{du_R}{dt} + (R+r)\frac{u_R}{R}$ Par suite : $\frac{RE}{L} = \left(\frac{r+R}{L}\right)u_R + \frac{du_R}{dt}$	**1**
5	$u_R = \frac{RE}{r+R}(1 - e^{\frac{-t}{\tau}})$; $\frac{du_R}{dt} = \frac{RE}{r+R} \times \frac{1}{\tau} \times e^{\frac{-t}{\tau}} = \frac{RE}{r+R} \times \frac{r+R}{L} \times e^{\frac{-t}{\tau}} = \frac{RE}{L}e^{\frac{-t}{\tau}}$ On remplace dans l'équation différentielle : $\frac{RE}{L} = \left(\frac{r+R}{L}\right)\left(\frac{RE}{r+R} - \frac{RE}{r+R}e^{\frac{-t}{\tau}}\right) + \frac{RE}{L}e^{\frac{-t}{\tau}}$ Donc $\frac{RE}{L} = \frac{RE}{L} - \frac{RE}{L}e^{\frac{-t}{\tau}} + \frac{RE}{L}e^{\frac{-t}{\tau}}$; Alors, 0 = 0 Donc c'est une solution de l'équation différentielle	**0,75**
6	$t_1 = 5\,\tau = \frac{5L}{r+R}$	**0,25**
7.1	Pente$= \frac{\Delta u_R}{\Delta t} = \frac{6{,}82 - 5{,}187}{0{,}024 - 0} = 68\ \text{V/s}$	**0,5**
7.2	$\frac{RE}{L} = \left(\frac{r+R}{L}\right)u_R + \frac{du_R}{dt}$ Pour t = 0,024 s on a u_R=6,82V et $\frac{du_R}{dt}$=pente=68V/s On remplace dans l'équation différentielle : $\frac{15\times12}{L} = \left(\frac{24}{L}\right)6{,}82 + 68$, *then* $L = 0{,}24H = 240mH$	**1**

Exercice 4 (5 pts)		Induction électromagnétique	
Partie		**Réponses**	**Note**
1	**1.1**	L'augmentation (ou la variation) de la surface CNME parcourue par le flux magnétique	**0,5**
	1.2	Tant que la tige se déplace, il y a variation du flux magnétique à travers la surface CNME par suite courant induit. Si la tige s'arrête de se déplacer le flux magnétique à travers la surface CNME sera constant et il n'y aura plus un courant induit dans le circuit	**0,5**
2		$\phi = B.S. \cos(\vec{B}, \vec{n}) = B.(\ell x). \cos(\pi) = 0{,}5 \times 0{,}15 \times 2\,t = -0{,}15\,t.$	**0,5**
3		$e = -\frac{d\phi}{dt} = 0{,}15$ V	**0,75**
4		$u_{NM} = R_1 i - e = u_{CE} = -R_2\, i$ donc $e = (R_1 + R_2)\, i$ on aura : $i = \frac{e}{R_1 + R_2}$ **<u>Ou bien</u>** : $u_{NM} + u_{CB} + u_{EC} + u_{CN} = 0$ $R_1\, i - e + 0 + R_2\, i + 0 = 0$ alors $i = \frac{e}{R_1 + R_2}$	**0,5**
5		$i = \frac{e}{R_1 + R_2} = \frac{0{,}15}{1} = 0{,}15$A $i > 0$ donc le courant circule comme l'orientation positive choisie	**0,5** **0,5**
6	**6.1**	Sens : vers la gauche	**0,25**
	6.2	$F = i\, B\, \ell \sin(\pi/2) = 0{,}15 \times 0{,}5 \times 0{,}15 \times 1 = 0{,}011$ N	**0,5**
7		Sens : vers la droite Valeur : F = 0,011 N	**0,25** **0,25**