

اسم:  
رقم:  
مسابقة في مادة الرياضيات  
المدة: ساعة واحدة

ملاحظة: - يتكوّن هذا الإمتحان من أربع مسائل، يجب اختيار مسألتين منها فقط.

- في حال الإجابة عن أكثر من مسألتين، عليك شطب الإجابات المتعلقة بالمسألة التي لم تعد من ضمن اختيارك، لأنّ التصحيح سيقترص على إجابات أوّل مسألتين غير مشطوبتين.
- يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات أو رسم البيانات.
- يستطيع المرشّح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة).

## I- Fonctions (10 points)

On considère la fonction  $f$  définie sur  $] -\infty ; 0[ \cup ] 0 ; +\infty[$  par  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$  et on note par  $(C)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ . Soit  $(d)$  la droite d'équation  $y = x$ .

- 1) a) Déterminer  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} f(x)$  et  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$ .  
b) Dédurre une équation d'une asymptote à  $(C)$ .
  - 2) On donne  $f(x) = x + \frac{1}{x}$ .  
a) Déterminer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .  
b) Montrer que  $(d)$  est une asymptote oblique à  $(C)$  en  $+\infty$  et en  $-\infty$ .
  - 3) a) Vérifier que  $f'(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2}$ .  
b) Copier et compléter le tableau de variations de  $f$  suivant :
- |         |           |      |     |     |           |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $0$       |      |     | $0$ |           |
| $f(x)$  |           |      |     |     |           |
- 4) Tracer  $(d)$  et  $(C)$ .

## II- Statistiques (10 points)

Le tableau suivant montre la distribution des notes (sur 20) des élèves d'une certaine classe.

Notes	$[0 ; 5[$	$[5 ; 10[$	$[10 ; 15[$	$[15 ; 20]$
Nombre des élèves	4	5	8	3

- 1) Quel est le nombre des élèves qui ont une note plus grande ou égale à 10 ?
- 2) Calculer la note moyenne de ces élèves.
- 3) a) Construire l'histogramme des effectifs.  
b) Trouver la classe modale.  
c) Trouver graphiquement le mode. Interpréter le résultat obtenu.
- 4) a) Dresser le tableau des effectifs cumulés croissants.  
b) Trouver la classe médiane.

### III- Probabilité (10 points)

Le tableau suivant montre les différents types de films préférés par 100 élèves d'une école.

	Science-fiction	Drama	Horreur	Total
Filles	15	33	9	57
Garçons	16	17	10	43
Total	31	50	19	100

- 1) On interroge au hasard un élève. On considère les événements suivants :
  - G : « L'élève interrogé est un garçon »
  - S : « L'élève interrogé préfère les films de Science-fiction ».
  - a) Calculer les probabilités P(S) et P(G).
  - b) Calculer  $P(S \cap G)$  et  $P(S \cup G)$ .
  - c) Calculer  $P(S / G)$ .
- 2) On interroge au hasard deux élèves l'un après l'autre.
  - a) Calculer la probabilité que le premier élève préfère les films de Science-fiction et le deuxième préfère les films d'Horreurs.
  - b) Calculer la probabilité que les deux élèves préfèrent les films d'Horreur.

### IV- Fonctions (10 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé  $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ .

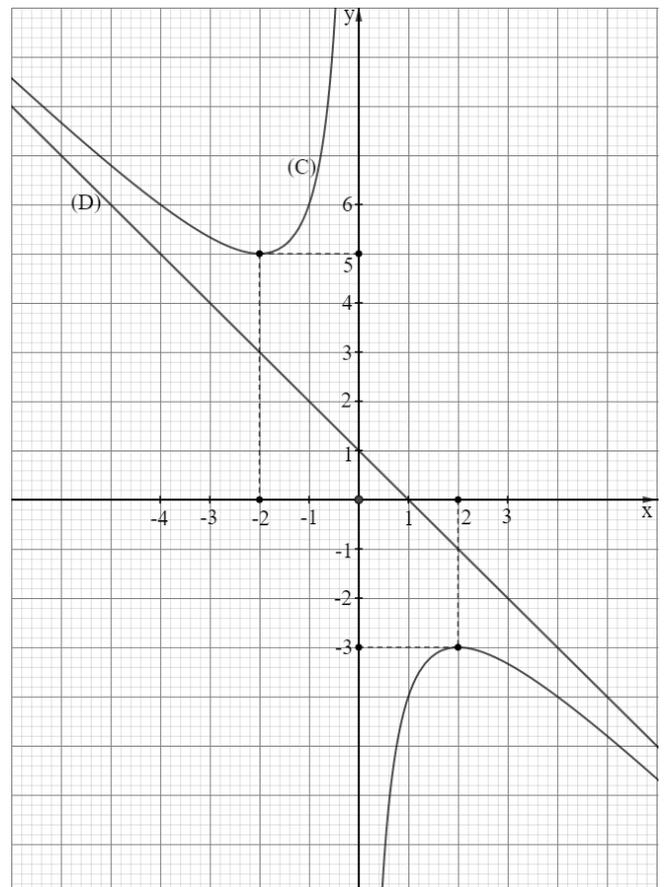
La courbe (C) dans la figure ci-contre représente une fonction f définie sur  $] -\infty ; 0[ \cup ] 0 ; +\infty [$ .

La droite (D) est une asymptote à (C) en  $+\infty$  et en  $-\infty$ .

- 1) Trouver  $f(2)$  et  $f(-2)$ .
- 2) Déterminer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
- 3) Montrer que l'axe y'y est une asymptote à (C).
- 4) Copier et compléter le tableau de variations de f.

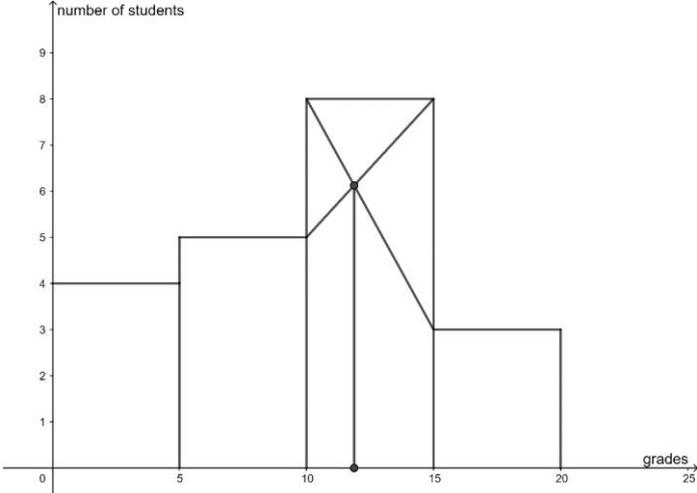
x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
f'(x)		0		0	
f(x)					

- 5) Trouver les solutions de l'équation  $f(x) = 6$ .
- 6) Comparer  $f(2,5)$  et  $f(3)$ . Justifier votre réponse.
- 7) Comparer  $f'(0,5)$  and  $f'(3,5)$ . Justifier votre réponse.



أسس تصحيح مسابقة الرياضيات

Q.I	Réponses	10 pts																				
1a	$\lim_{x \rightarrow -0^+} f(x) = +\infty$ ; $\lim_{x \rightarrow -0^-} f(x) = -\infty$	1																				
1b	$x = 0$ est une asymptote verticale	1																				
2a	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$	1																				
2b	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - y_d) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x} = 0$ Donc, (d) est une asymptote oblique à (C) en $\pm\infty$	1,5																				
3a	$f'(x) = \frac{(2x)(x) - (1)(x^2+1)}{x^2} = \frac{x^2-1}{x^2}$	1,5																				
3b	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>x</td> <td><math>-\infty</math></td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td>f'(x)</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td><math>-\infty</math></td> <td>-2</td> <td><math>+\infty</math></td> <td>2</td> <td><math>+\infty</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	f'(x)	+	0	-	-	0	+	f(x)	$-\infty$	-2	$+\infty$	2	$+\infty$	$+\infty$	2
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$																	
f'(x)	+	0	-	-	0	+																
f(x)	$-\infty$	-2	$+\infty$	2	$+\infty$	$+\infty$																
4		2																				
Q.II	Réponses	10 pts																				
1	Le nombre d'élèves qui ont une note plus grande ou égale à 10 est $8 + 3 = 11$	1.5																				
2	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>Notes</td> <td>[0, 5[</td> <td>[5, 10[</td> <td>[10, 15[</td> <td>[15, 20[</td> </tr> <tr> <td>Centres</td> <td>2,5</td> <td>7,5</td> <td>12,5</td> <td>17,5</td> </tr> <tr> <td>Nombre d'élèves</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>8</td> <td>3</td> </tr> </table> <p>Note moyenne = 15 (calculatrice)</p>	Notes	[0, 5[	[5, 10[	[10, 15[	[15, 20[	Centres	2,5	7,5	12,5	17,5	Nombre d'élèves	4	5	8	3	1,5					
Notes	[0, 5[	[5, 10[	[10, 15[	[15, 20[																		
Centres	2,5	7,5	12,5	17,5																		
Nombre d'élèves	4	5	8	3																		

3a		2																									
3b	La classe modale est: $[10, 15[$ (la classe ayant le plus grand effectif)	1																									
3c	Mode $\approx 11,8$ La note 11,8 est la plus fréquente	1,5																									
4a	<table border="1" data-bbox="240 752 1219 842"> <thead> <tr> <th>Notes</th> <th><math>[0, 5[</math></th> <th><math>[5, 10[</math></th> <th><math>[10, 15[</math></th> <th><math>[15, 20[</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>ECC</td> <td>4</td> <td>9</td> <td>17</td> <td>20</td> </tr> </tbody> </table>	Notes	$[0, 5[$	$[5, 10[$	$[10, 15[$	$[15, 20[$	ECC	4	9	17	20	1,5															
Notes	$[0, 5[$	$[5, 10[$	$[10, 15[$	$[15, 20[$																							
ECC	4	9	17	20																							
4b	$\frac{20}{2} = 10$ 10 est entre les deux ECC 9 et 17, alors la classe médiane est $[10, 15[$	1																									
Q.III	<b>Réponses</b>	<b>10 pts</b>																									
1a	$P(S) = 0,31$ ; $P(G) = 0,43$	2																									
1b	$P(S \cap G) = 0,16$ $P(S \cup G) = 0,31 + 0,43 - 0,16 = 0,58$	1,5 2																									
1c	$P(S / G) = \frac{16}{43}$	1,5																									
2a	$P(S,H) = \frac{31}{100} \times \frac{19}{99} = \frac{589}{9900}$	1,5																									
2b	$P(H,H) = \frac{19}{100} \times \frac{18}{99} = \frac{19}{550}$	1,5																									
Q.IV	<b>Réponses</b>	<b>10 pts</b>																									
1	$f(2) = -3$ ; $f(-2) = 5$	1																									
2	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ ; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$	1																									
3	$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \pm\infty$ , donc (y'y) est une asymptote verticale à (C).	1,5																									
4	<table border="1" data-bbox="252 1637 1058 1805"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td><math>-\infty</math></td> <td>-2</td> <td>0</td> <td>2</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td>f'(x)</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td><math>+\infty</math></td> <td>↘</td> <td>5</td> <td>↗</td> <td><math>+\infty</math></td> <td>↘</td> <td><math>-\infty</math></td> <td>↗</td> <td>-3</td> <td>↘</td> <td><math>-\infty</math></td> </tr> </tbody> </table>	x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	f'(x)	-	0	+	+	0	-	f(x)	$+\infty$	↘	5	↗	$+\infty$	↘	$-\infty$	↗	-3	↘	$-\infty$	2
x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$																						
f'(x)	-	0	+	+	0	-																					
f(x)	$+\infty$	↘	5	↗	$+\infty$	↘	$-\infty$	↗	-3	↘	$-\infty$																
5	La droite d'équation $y = 6$ coupe (C) en deux points. Equation $f(x) = 6$ a deux solutions : $x = -4$ ou $x = -1$	1,5																									
6	2,5 and 3 appartiennent à l'intervalle $]2; +\infty[$ où f est strictement décroissante, donc $f(2,5) > f(3)$ .	1,5																									
7	$f'(0,5) > 0$ and $f'(3,5) < 0$ donc $f'(3,5) < f'(0,5)$	1,5																									