وزارة التربية والتعليم العالي
المديريّة العامة للتربية
دائرة الامتحانـات الرسميّة

امتحانات الشهادة المتوسطة

دورة العام ٢٠٢٢ الاستثنائية
السبت ٣ ايلول ٢٠٢٢

عدد المسائل: خمس	مسابقة في مادة الرياضيات	الاسم:
	المدة: ساعتان	الرقم:

ارشادات عامة : - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات أو رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الإلتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة.

I- (3points)

On donne les deux nombres : $A = \sqrt{28} - 2\sqrt{3} - \sqrt{7} + \sqrt{27}$ et $B = \dfrac{4}{\sqrt{7} + \sqrt{3}}$.

En faisant apparaître les étapes de calcul.

1) Montrer que $A = \sqrt{7} + \sqrt{3}$ et $B = \sqrt{7} - \sqrt{3}$.
2) Vérifier que $A \times B$ est un entier naturel.
3) Calculer m pour que le tableau suivant soit un tableau de proportionnalité.

A	m
10	B

II- (4 points)

On donne : $A(x) = (x+9)^2 - 3(x+1)(x+9)$ et $B(x) = x^2 + 10x + 9$.

1) Montrer que $A(x) = -2(x-3)(x+9)$.
2) Vérifier que $B(x) = (x+1)(x+9)$.
3) Résoudre l'équation $A(x) = B(x)$.
4) On donne : $F(x) = \dfrac{-2(x-3)(x+9)}{(x+1)(x+9)}$.
   a. Pour quelles valeurs de x, $F(x)$ est-elle définie ?
   b. Simplifier $F(x)$.
   c. L'équation $F(x) = -2$ admet-elle une solution ? Justifier.

III- (2 points)

Walid dessine des cercles et des carrés, le nombre des figures dessinées est 24.

Le nombre des carrés représente 25% du nombre des figures.

1) Déterminer le nombre des carrés et celui des cercles.
2) Walid colorie 11 figures en bleu, parmi ces figures 5 sont des carrés.
   Il colorie les autres figures en rouge.
   Montrer que les $\dfrac{2}{3}$ des cercles sont coloriés en rouge.

IV- (5,5 points)

Dans un repère orthonormé d'axes $(x'Ox; y'Oy)$, on considère les points $A(6\ ;\ 2)$,

$B(-2\ ;\ 2)$ et $C(2\ ;\ 0)$.

1) Placer A, B et C.

2) Montrer que $y = -\frac{1}{2}x + 1$ est l'équation de la droite (BC).

3) Calculer AC et BC. En déduire que ABC est un triangle isocèle.

4) Soit (d') la droite passant par A et parallèle à (BC).

   Montrer que $y = -\frac{1}{2}x + 5$ est l'équation de (d').

5) Soit $E(2\ ;\ 4)$ un point de (d').

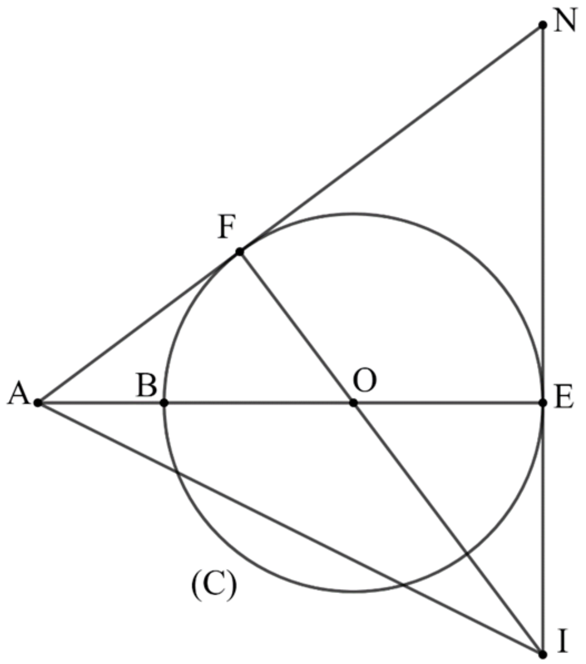
   a. Vérifier que [AB] et [CE] ont le même milieu.

   b. Montrer que BCAE est un losange.

V- (5,5 points)

Dans la figure ci-contre :

- (C) est un cercle de centre O et de diamètre $BE = 6$
- A est un point de (BE) tel que OA = 5
- (AF) est une tangente à (C) en F
- La tangente en E à (C) coupe (AF) en N
- (NE) et (OF) se coupent en I.



1) Tracer la figure.

2) a. Montrer que O est l'orthocentre du triangle NAI.

   b. Déduire que (NO) est perpendiculaire à (AI).

3) a. Vérifier que (NO) est la médiatrice de [EF].

   b. Déduire que (EF) est parallèle à (AI).

4) a. Montrer que $\frac{OF}{OI} = \frac{OE}{OA}$.

   b. Déduire que OI = 5.

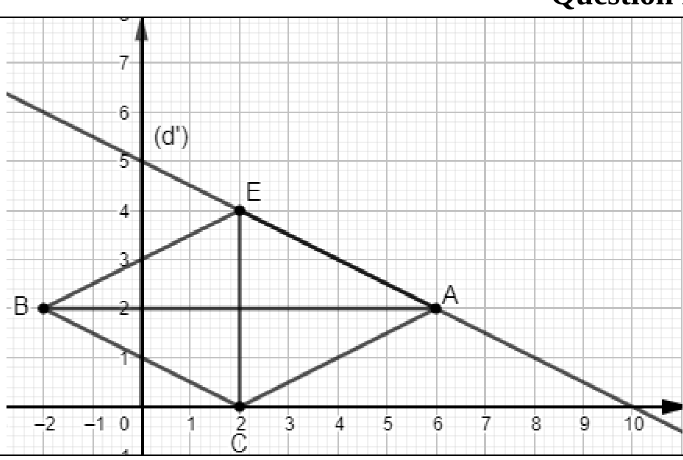
5) a. Montrer que les quatre points A, F, E et I se trouvent sur un même cercle (C') de diamètre à déterminer.

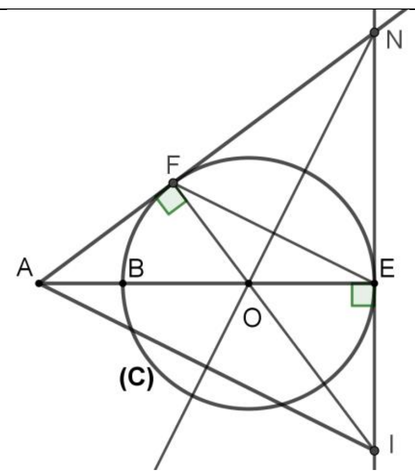
   b. Vérifier que AF = 4.

   c. Calculer le rayon du cercle (C').

وزارة التربية والتعليم العالي	الشهادة المتوسطة	دورة العام **2022** الإستثنائية
المديرية العامة للتربية	مشروع أسس التصحصح	

	Question I		
1	$A=\sqrt{28}-2\sqrt{3}-\sqrt{7}+\sqrt{27}=2\sqrt{7}-2\sqrt{3}-\sqrt{7}+3\sqrt{3}=\sqrt{7}+\sqrt{3}.$ $B=\frac{4}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}=\frac{4(\sqrt{7}-\sqrt{3})}{7-3}=\frac{4(\sqrt{7}-\sqrt{3})}{4}=\sqrt{7}-\sqrt{3}.$	**(0,25+0,25 + 0,25)** **(0,5 + 0,25+0.25)**	**0,75** **1**
2	$A\times B=7-3=4.$		**0,5**
3	$10m=4$ donc $m=0.4.$	**(0,5 + 0,25)**	**0,75**
	Question II		
1	$A(x)=(x+9)^2-3(x+1)(x+9)$ $A(x)=(x+9)[(x+9)-3(x+1)]=(x+9)(x+9-3x-3)$ $=(x+9)(-2x+6)$ $A(x)=-2(x+9)(-3+x)$	 **0,25** **0,25** **0,25**	**0,75**
2	$(x+1)(x+9)=x^2+9x+x+9=x^2+10x+9.$ donc : $B(x)=(x+1)(x+9)$		**0,5**
3	$A(x)=B(x).$ $-2(x+9)(x-3)=(x+1)(x+9)$ $-2(x+9)(x-3)-(x+1)(x+9)=0$ $(x+9)[-2(x-3)-(x+1)]=0$ $(x+9)(-2x+6-x-1)=0$ $(x+9)(-3x+5)=0$ donc : $x=-9$ ou $x=\frac{5}{3}$	 **0,25** **0,25** **0,25** **0,25 + 0,25**	**1,25**
4.a	$F(x)=\frac{-2\,(x-3)\,(x+9)}{(x+1)\,(x+9)}$ F(x) est définie si : $(x+1)\,(x+9)\neq 0$ donne : $x+1\neq 0$ et $x+9\neq 0$ donc $x\neq -1$ et $x\neq -9$	 **0,25 + 0,25**	**0,5**
4.b	$F(x)=\frac{-2\,(x-3)}{x+1}$		**0,25**
4.c	$\frac{-2\,(x-3)}{x+1}=-2$ donne : $-2x+6=-2x-2$; $0x=-8$ impossible	**0,25 + 0,25 + 0,25**	**0,75**
	Question III		
1	le nombre de carrés $=25\%\times 24=6.$ Le nombre de cercles =18.	**0,75** **0,25**	**1**
2	$11-5=6$ cercles bleus. Le nombre des cercles rouges $=18-6=12.$ $\frac{12}{18}=\frac{2}{3}.$	**0,25** **0,25** **0,5**	**1**

	Question IV		
1		**0,5 + 0,25 + 0,25**	**1**

2	$y_B = -\frac{1}{2}x_B + 1$, $y_B = 2$; $-\frac{1}{2}x_B + 1 = -\frac{1}{2}(-2) + 1 = 1 + 1 = 2$. Alors $y_B = -\frac{1}{2}x_B + 1$ alors: B est un point de (d)). **0,5 + 0,5** De même C appartient à(d) alors car $y_C = -\frac{1}{2}x_C + 1$ so $y = -\frac{1}{2}x + 1$ est l'équation de (BC). Ou pente (BC) = $\frac{-1}{2}$ et b = 1. **(0.75 + 0.25)**	**1**
3	$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(2-6)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ **0,5** $BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(2+2)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ **0,25** ABC est un triangle isocèle de sommet principale C. **0,25**	**1**
4	pente de (d') = pente de (d) $= -\frac{1}{2}$ et $y_A = -\frac{1}{2}x_A + b$ alors b = 5 **0,75 + 0,25**	**1**
5.a	(2,2) est le milieu de [AB]. **0,25** (2,2) est le milieu de [EC]. **0,5** Ou pente (BE) = pente (AC) ou AE = BC **(0.5 + 0.25)**	**0,75**
5.b	AEBC est un parallélogramme car ses diagonales se coupent en leur milieu. et puisque AC = BC, alors AEBC est un losange ou perpendiculaire **0,25 + 0,5**	**0,75**
	Question V	
1		**0,5**
2.a	(IF) ⊥ (AN) et (AE) ⊥ (IN) (Tangente et rayon) **0,25 + 0,25** O est le point de rencontre de 2 hauteurs **0,25**	**0,75**
2b	(ON) est la troisième hauteur donc (ON) est perpendiculaire à (AI).	**0,25**
3a	NE = NF deux tangentes issues d'un même point à un même cercle , et OE = OF = 3 **0,5 + 0,25** Donc (ON) est la médiatrice de [EF] ou (NO) est l'axe de symétrie de la figure.	**0,75**
3.b	Les deux droites (EF) et (AI) sont perpendiculaires à (ON) alors elles sont parallèles	**0,5**
4.a	(EF) // (AI), alors d'après le théorème de Thalès $\frac{OF}{OI} = \frac{OE}{OA}$ **0,25 +0,25**	**0,5**
4.b	$\frac{3}{OI} = \frac{3}{5}$ alors OI = 5	**0,5**
5.a	$\widehat{AFI} = \widehat{AEI} = 90°$ alors les quatre points A, F, E et I sont sur le même cercle de diamètre [AI]. **0,5 + 0,25**	**0,75**
5.b	$AF^2 = OA^2 - OF^2 = 25 - 9 = 16$ alors AF = 4.	**0,5**
5.c	$AI^2 = AF^2 + FI^2 = 16 + 64 = 80$ alors $AI = 4\sqrt{5}$; donc le rayon $= 2\sqrt{5}$. **0,25 + 0,25**	**0,5**