دورة العام ٢٠٢٢ العاديّة السبت ٢٥ حزيران ٢٠٢٢	امتحانات الشهادة المتوسطة	وزارة التربية والتعليم العالي المديريّة العامة للتربية دائرة الامتحانـات الرسميّة
الاسم: الرقم:	مسابقة في مادة الرياضيات المدة: ساعتان	عدد المسائل: خمس

ارشادات عامة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات أو رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الإلتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة.

I- (4 points)

Dans le tableau ci-dessous, une seule réponse à chaque question est correcte.
Écrire le numéro de la question et la réponse correspondante. Justifier la réponse.

Nº	Questions	Réponses a	Réponses b	Réponses c
1)	$\left(\sqrt{3}+2\right)^2+\left(\sqrt{3}-2\right)^2=$	14	26	$8\sqrt{3}$
2)	$\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=$	$1-\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$	$3+\sqrt{6}$	$3-\sqrt{6}$
3)	Si le tableau suivant est un tableau de proportionnalité, alors $x=$ $\begin{array}{\|c\|c\|}\hline \frac{1}{2} & x \\ \hline \frac{5}{2} & 10 \\ \hline\end{array}$	1	2	5
4)	Le prix initial d'un pantalon est 100 000 LL. Après une augmentation de 10 %, suivie d'une diminution de 10 %, le prix final de ce pantalon sera :	99 000 LL	100 000 LL	101 000 LL

II- (4 points)

On donne $A(x)=2(x-3)(x-1)$ et $B(x)=x^2-9$.

1) Montrer que $A(x)=2x^2-8x+6$, puis résoudre l'équation $A(x)=6$.

2) a. Factoriser $B(x)$.

   b. Résoudre l'équation $B(x)=0$.

3) On donne $F(x)=\dfrac{2(x-3)(x-1)}{(x-3)(x+3)}$.

   a. Pour quelles valeurs de x, $F(x)$ est-elle définie?

   b. Simplifier $F(x)$.

   c. L'équation $F(x)=2$ admet-elle de solution? Justifier.

III- (1,5 points)

Le nombre des élèves d'une classe A est 35 et celui d'une classe B est 25.

- 40 % des élèves de la classe A pratiquent le basketball.
- 10 élèves de la classe B pratiquent le basketball.

1) Vérifier que le nombre des élèves de la classe A qui pratiquent le basketball est 14.
2) On réunit les élèves des deux classes A et B dans une même salle.
   Calculer le nombre et le pourcentage des élèves qui pratiquent le basketball dans cette salle.

IV- (6 points)

Dans un repère orthonormé d'axes $(x'Ox, y'Oy)$, on donne les points A (2 ; 0), B (0 ; 4) et E (- 4 ; 0).

Soit (d) la droite d'équation $y = -2x + 4$.

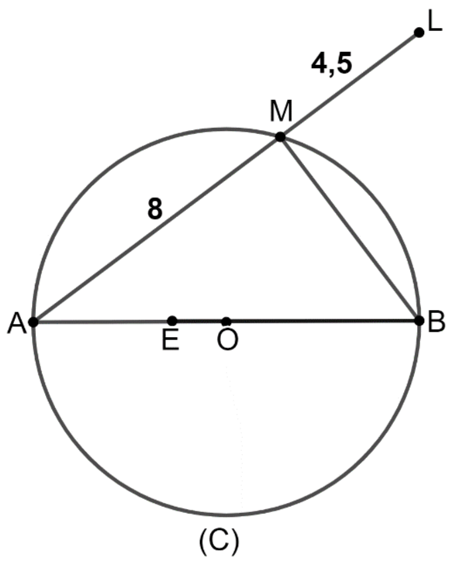
1) Placer les points A, B et E.
2) Vérifier que A et B sont deux points de (d), puis tracer (d).
3) Soit (d') la droite passant par E et perpendiculaire à (d).

   Vérifier que $y = \frac{1}{2}x + 2$ est l'équation de la droite (d').
4) La droite (d') coupe $(y'Oy)$ en H (0 ; 2) et coupe (d) en F.
   a. Vérifier que les coordonnées de F sont $\left(\frac{4}{5}; \frac{12}{5}\right)$.
   b. Montrer que H est l'orthocentre du triangle EAB.
   c. Montrer que (AH) est perpendiculaire à (EB).
5) La droite (AH) coupe (EB) en G.
   a. Montrer que les quatre points E, G, F et A se trouvent sur un même cercle (C) de diamètre à déterminer.
   b. Calculer le rayon de (C).

V- (4,5 points)

Dans la figure ci-contre :

- (C) est un cercle de centre O
- [AB] est un diamètre de (C) tel que $AB = 10$
- M est un point de (C) tel que $AM = 8$
- L est un point de (AM) tel que $ML = 4,5$
- E est un point de [AB] tel que $BE = 6,4$.



1) Tracer la figure.

2) a. Calculer MB, puis montrer que BL = 7,5.

   b. Déduire que (BL) est tangente au cercle (C).

3) La parallèle menée de E à (AL) coupe (BL) en F.

   En utilisant le théorème de Thalès, montrer que BF = 4,8.

4) a. Calculer le rapport $\frac{LF}{LB}$.

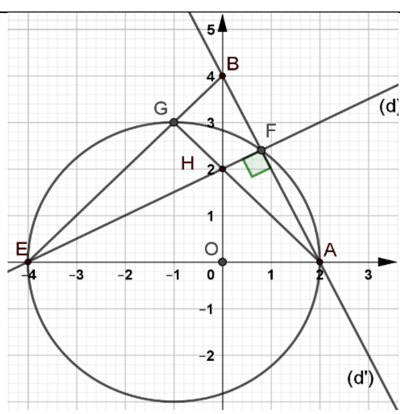
   b. Déduire que (MF) est parallèle à (AB).

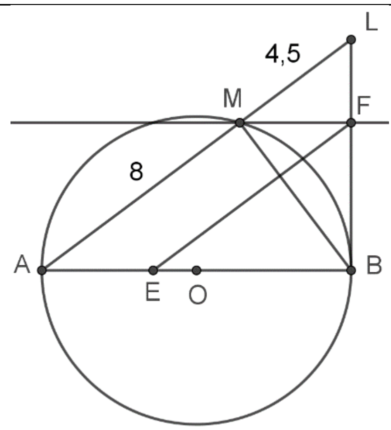
مشروع أسس التصحيح

<table>
<tr><th>Partie de la Q.</th><th colspan="2">Question I</th><th>Note</th></tr>
<tr><td>1</td><td>$(\sqrt{3}+2)^2+(\sqrt{3}-2)^2=3+4\sqrt{3}+4+3-4\sqrt{3}+4=14$ (a)</td><td>0.5 + 0.5</td><td>1</td></tr>
<tr><td>2</td><td>$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=3+\sqrt{6}$ (b)</td><td>0.5 + 0.5</td><td>1</td></tr>
<tr><td>3</td><td>$5x=10$ donc $x=2$ (b)</td><td>0.5 + 0.5</td><td>1</td></tr>
<tr><td>4</td><td>$100\,000\times 1{,}1\times 0{,}9=99\,000$ L.L(a)</td><td>0.25+0.25+ 0.5</td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">Question II</td><td></td></tr>
<tr><td>1</td><td>$A(x)=2(x-3)(x-1)$
$A(x)=2(x^2-3x-x+3)$
$A(x)=2(x^2-4x+3)$
$A(x)=2x^2-8x+6$
$A(x)=6$
$2x^2-8x=0$
$2x(x-4)=0$
$x=0\ ou\ x=4$</td><td>
0.25
0.25
0.25

0.25
0.25
0.25</td><td>0.75

0.75</td></tr>
<tr><td>2a</td><td>$B(x)=(x+3)(x-3)$</td><td></td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>2b</td><td>$B(x)=0$ donne : $x=-3$ ou $x=3$</td><td>0.25 + 0.25</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>3a</td><td>$F(x)=\frac{2(x-3)(x-1)}{(x-3)(x+3)}$
$F(x)$ est définie si : $(x+3)\ (x-3)\neq 0$ donne : $x\ \neq -3$ et $x\neq 3$</td><td>
0.25 + 0.25</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>3b</td><td>$F(x)=\frac{2\ (x-1)}{x+3}$</td><td></td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>3c</td><td>$\frac{2\ (x-1)}{x+3}=2$ donne :
$2x-2=2x+6$
$0x=8$ impossible</td><td>
0.25
0.25</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td colspan="4">Question III</td></tr>
<tr><td>1</td><td>$\frac{35\times 40}{100}=14$ élèves de la classe A qui pratiquent le basketball.</td><td></td><td>0.75</td></tr>
<tr><td>2</td><td>$14+10=24$ élèves qui pratiquent le basketball.
<table><tr><td>100</td><td>60</td></tr><tr><td>x</td><td>24</td></tr></table>$x=\frac{24\times 100}{60}=40$, Donc 40 % des élèves dans cette salle pratiquent le basketball.</td><td></td><td>0.25

0.5</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">Question IV</td><td></td></tr>
<tr><td>1</td><td></td><td>0.25+0.25+0.25</td><td>0.75</td></tr>
</table>

2	$y_A = -2x_A + 4$ $y_B = -2x_B + 4$ Donc : A et B appartiennent à (d). Tracer (d)	**0.5** **0.25** **0.25**
3	Soit a la pente de (d') ; $a \times -2 = -1$; $a = \frac{1}{2}$ donc $y = \frac{1}{2}x + b$ E appartient à (d') alors $y_E = \frac{1}{2}x_E + b$; $b = 2$ (d') : $y = \frac{1}{2}x + 2$	**0.75** **0.5**
4a	F appartient à (d) et F appartient à (d') ou y = y **0.5 + 0.25**	**0. 75**
4b	H est l'intersection des deux hauteurs [BO] et [EF]. **0.25 + 0.25**	**0.5**
4c	(AH) est la troisième hauteur ou bien on peut utiliser le produit des pentes $= -1$	**0.5**
5a	Les deux triangles AGE et AEF sont rectangles d'hypoténuse commune [AE] donc les quatre points appartiennent à un même cercle de diamètre [AE]. **0.25 + 0.25 + 0.25**	**0.5** **0.25**
5b	Rayon = $\frac{AE}{2} = 3$	**0.5**
	Question V.	
1		**0.5**
2a	$MB^2 = 100 - 64 = 36\ donc\ MB = \sqrt{36} = 6$ (Théorème de Pythagore) $BL = 7{,}5$ (Théorème de Pythagore)	**0.5** **0.5**
2b	$BL^2 = MB^2 + ML^2$ (Réciproque du théorème de Pythagore) Donc ABL est rectangle en B. Par suite (BL) ⊥ (AB). Donc (BL) est tangente au cercle (C) en B.	**0.5** **0.25**
3	D'après le théorème de Thalès $\frac{BE}{BA} = \frac{BF}{BL}$ **0.5** $\frac{6\ 4}{10} = \frac{BF}{7\ 5}$ $donc\ BF = 4\ 8$ **0.25 + 0.25**	**1**
4a	$\frac{LF}{LB} = \frac{2{,}7}{7{,}5} = 0{,}36$	**0.5**
4b	$\frac{LM}{LA} = \frac{4{,}5}{12{,}5} = 0{,}36$ donc $\frac{LF}{LB} = \frac{LM}{LA} = 0{,}36$ **0.25 + 0.25** alors (MF) est parallèle à (AB) d'après la réciproque du théorème de Thalès. **0.25**	**0.75**