عدد المسائل: اربع	مسابقة في مادة الرياضيات	الاسم:
	المدة: ساعتان	الرقم:

ملاحظة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشّح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة).

I- (اربع علامات)

في الفضاء الإحداثي العائد للنّظام المتعامد الموجّه $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، نعطي النقاط $A(6,0,0)$ و $B(0,6,0)$ و $C(0,0,6)$.

لتكن (Ω) الدائرة المحيطة بالمثلث ABC.

١) برهن ان المثلث ABC متساوي الاضلاع.

٢) اكتب معادلة للمستوي (P) المحدد بالنقاط A وB وC.

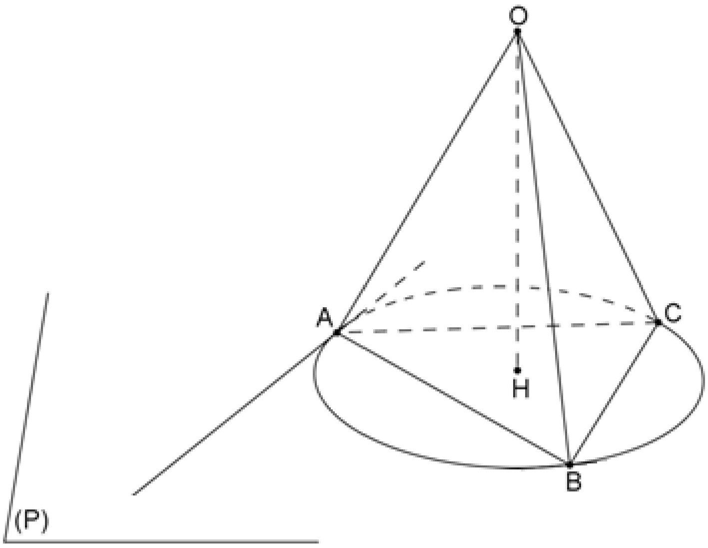
٣) a- برهن ان النقطة $H(2,2,2)$ هي الاسقاط العمودي للنقطة O على المستوي (P).

b- تحقق أن H هي مركز الدائرة (Ω).

c- برهن أن حجم رباعي الوجوه $OABC$ هو ثلاثة اضعاف حجم رباعي الوجوه $OAHB$.

٤) ليكن (D) المستقيم ذو المعادلات: $\begin{cases} x=6 \\ y=-m \\ z=m \end{cases}$ حيث $m\in\mathbb{R}$.

برهن أن (D) هو مماس للدائرة (Ω) عند النقطة A.



II- (اربع علامات)

اظهرت دراسة اجريت على مجموعة من المرضى ان كل مريض لديه إما مرض في القلب فقط أو مرض في الرئة فقط او كِلا المرضين. كما تمت ملاحظة ما يلي:

- 60% من المرضى رجال.
- من بين الرجال: 20% لديهم مرض في القلب فقط و 50% لديهم مرض في الرئة فقط.
- من بين النساء: 25% لديهم مرض في القلب فقط و 40% لديهم كِلا المرضين.

القسم الأول

تم عشوائياً اختيار واحد من المرضى.
لتكن الاحداث التالية:

- M: "المريض الذي تم اختياره رجل"
- H: " المريض الذي تم اختياره لديه مرض في القلب فقط"
- L: " المريض الذي تم اختياره لديه مرض في الرئة فقط"
- B: " المريض الذي تم اختياره لديه كِلا المرضين"

١) احسب الاحتمالين $P(M\cap B)$ و $P(M\cap\overline{B})$.

٢) احسب $P(H)$ و$P(L)$ ثم تحقق ان $P(B)=\dfrac{17}{50}$.

٣) برهن ان $P(H\cup L)=\dfrac{33}{50}$.

٤) علماً ان المريض الذي تم اختياره لديه مرض واحد فقط، احسب احتمال ان يكون لديه مرض في القلب.

القسم الثاني

تتألف المجموعة من 500 مريض. تم عشوائياً وبشكل متزامن سحب ثلاثة اسماء من هؤلاء المرضى ليحصل كل منهم على بوليصة تأمين مجانية.
علماً أن كل من المرضى الثلاثة الذين تم سحب اسمائهم لديه كِلا المرضين، احسب احتمال ان يكونوا جميعهم رِجال.

III- (اربع علامات)

في المستوي الإحداثي المركب العائد للنظام المتعامد الموجّه $\left(O; \vec{u}, \vec{v}\right)$، تقع النقطتين A و B للعددين المركبين 1 و2- على التوالي.

لتكن النقطتان M و'M عائدتين للعددين المركبين z و 'z حيث أن $z' = \dfrac{\overline{z}+2}{\overline{z}}$ مع $z \neq 0$.

١) اكتب z على الشكل الاسي في حالة $z' = 1 + i$.

٢) a- برهن ان $OM' = \dfrac{BM}{OM}$.

b- إذا كان $\left|z'\right| = 1$، برهن أن M تقع على مستقيم يجب تحديده.

٣) a- برهن ولكل $z \neq 0$ أن $\overline{z}(z'-1) = 2$.

b- تحقق ولكل $z \neq 0$ أن $\arg\left(z'-1\right) = \arg\left(z\right) + 2k\pi$ حيث $k \in \mathbf{Z}$.

c- في هذا الجزء، نفترض ان $z' = 1 + e^{i\theta}$ حيث $\theta \in \left]-\pi, \pi\right[$.

برهن أن $\overrightarrow{OM} = 2\overrightarrow{AM'}$.

IV- (ثماني علامات)

القسم الأول

لنأخذ المعادلة التفاضلية (E): $y' - y = -2x$.

ليكن $y = z + 2x + 2$.

١) جِد المعادلة التفاضلية (E') التي يحققها z.

٢) حل (E') ثم استنتج الحل الخاص للمعادلة (E) الذي يحقق $y(0) = 0$.

القسم الثاني

لتكن f الدالّة المعرّفة على $\left]-\infty, +\infty\right[$ على الشكل التالي: $f(x) = 2x + 2 - 2e^{x}$.

نرمز بالحرف (C) إلى بيان الدالّة f في المستوي الإحداثي العائد للنظام $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$.

ليكن $\left(\Delta\right)$ المستقيم ذو المعادلة $y = 2x + 2$.

١) a- حدّد $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

b- برهن أن (C) هو تحت $\left(\Delta\right)$ لكل قيم x.

c- برهن أن $\left(\Delta\right)$ هو مقارب لِـ (C).

٢) حدّد $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. احسب $f(1)$ و $f(1.5)$.

٣) احسب $f'(x)$ ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f.

٤) ارسم $\left(\Delta\right)$ و (C).

٥) a- برهن ان للدالة f على المجال $\left]0, +\infty\right[$ دالة عكسية g يجب تحديد مجالها.

b- ليكن (G) بيان الدالّة g و(T) مماس البيان (C) عند النقطة L ذات الاحداثي الافقي $\ln\left(\dfrac{3}{2}\right)$.

برهن ان (T) هو مماس لِـ (G) عند النقطة L' ذات الاحداثي الأفقي $2\ln\left(\dfrac{3}{2}\right) - 1$.