وزارة التربية والتعليم العالي	**امتحانات الشهادة الثانوية العامة**	**دورة العام ٢٠١٩ الاستثنائيّة**
المديريّة العامّة للتربية	**فرع: الاجتماع والاقتصاد**	**السبت في ٣ آب ٢٠١٩**
دائرة الامتحانات الرسميّة		**مكيّفة**

ملاحظة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشّح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة).

مسابقة في مادة الرّياضيات

المدّة: ساعتان

باللّغة العربيّة

الاسم : ....

الرقم : ....

I- (اربع علامات)

يبيّن الجدول ادناه بين سنة 1990 وسنة 2015، **عدد سكّان إحدى القرى (y_i) ، ورتبة السنة المقابِلة (x_i).**

السنة	**1990**	**1995**	**2000**	**2005**	**2010**	**2015**
رتبة السنة : x_i	0	5	10	15	20	25
عدد السكّان: y_i	5 445	5 940	6 285	6 695	7 085	7 550

القسم الأول

١) **اِحسب** $\overline{x}$ و $\overline{y}$ متوسطي المتغيرين x_i و y_i على التوالي.

٢) **احسب** نسبة الزيادة في عدد سكّان القرية من 1990 الى 2015.

٣) **حدّد** معامل الترابط **r**.

فسّر القيمة التي تم احتسابها.

٤) **حدّد** معادلة الانحدار الخطي، لِـ y بدلالة x،

$$\left(D_{y/x}\right) : y = mx + n$$

حيث m و n هما عددان حقيقيان (قرّب m و n الى أقرب 10^{-1}).

القسم الثاني

نفترض أن النموذج أعلاه يستمرّ صالحًا حتى سنة 2024.

١) **حلّ** المتباينة **$y > 8250$**.

حدّد السنة التي يتجاوز فيها عدد سكّان القرية 8 250 لأول مرّة.

٢) في هذه القرية، كان **2000 شخصاً** يستعملون الانترنت سنة 2018.

نفترض أن عدد مستعملي الانترنت **يزيد** بِـ **100 شخص** كل سنة.

أ- **احسب** عدد الاشخاص الذين سيستعملون الإنترنت في هذه القرية سنة 2024.

ب- سنة 2024، نفترض انه تم عشوائياً مقابلة شخصين من هذه القرية بشكل متتالٍ.

احسب احتمال يكون الشخصين من مستعملي الانترنت.

II- (اربع علامات)

في نادٍ رياضي:

- **40%** من الأعضاء هم فتيات، من **بينهن** **30%** يشاركن في البطولة الوطنية
- **60%** من الأعضاء هم فتيان، من **بينهن** **80%** يشاركون في البطولة الوطنية

القسم الأول

تم عشوائياً اختيار عضواً واحداً من هذا النادي.

لنفترض الاحداث التالية:

G: " العضو الذي تم اختياره هي فتاة"

B: "العضو الذي تم اختياره هو فتى"

C: "العضو الذي تم اختياره يشارك في البطولة الوطنية".

١) **اِحسب** الاحتمال $P(G\cap C)$.

تحقّق أن $P(C)=\frac{3}{5}$.

٢) العضو الذي تم اختياره لم يشارك في البطولة الوطنية.

احسب احتمال أن يكون هذا العضو فتىً.

القسم الثاني

في هذا النادي **50** عضواً.

قرّرت إدارة النادي أن تختار **عشوائياً** وبشكل **متزامن** مجموعة من ثلاثة أعضاء للمشاركة في بطولة دولية.

١) **تحقق أن** عدد الفتيات في هذا النادي هو **20**.

حدّد إذن عدد الفتيان في هذا النادي.

٢) **تحقق** ان احتمال اختيار مجموعة تتألف من فتاتين وفتى واحداً هو $\frac{57}{196}$.

٣) **تحقق** أن احتمال اختيار مجموعة تتألف من فتاة واحدة على الأقل وفتىً واحد على الأقل هو $\frac{36}{49}$.

III- (اربع علامات)

هادي موظف في احد البنوك.

في كانون الثاني 2018، كان راتب هادي الشهري **1 500 000 LL** .

كل شهر، يزيد راتبه **0.2 %** مع عِلاوة إضافية قيمتها **48 000 LL.**

لكل الاعداد الطبيعية $\mathbf{n \geq 1}$، ليكن $\mathbf{a_n}$ راتب هادي الشهري، بملايين الليرات اللبنانية، في الشهر n.

إذا $\mathbf{a_1 = 1.5}$.

١) **احسب** $\mathbf{a_2}$.

٢) لكل الاعداد الطبيعية $\mathbf{n \geq 1}$، نفترض أن $\mathbf{a_{n+1} = (1.002)a_n + 0.048}$.

أ- نفترض $\mathbf{V_n = a_n + 24}$.

برهن أن $(\mathbf{V_n})$ هي متتالية هندسية نسبتها **1.002** يجب تحديد حدّها الأول $\mathbf{V_1}$.

ب- عبّر عن $\mathbf{V_n}$ بدلالة $\mathbf{n}$.

تحقق أن $\mathbf{a_n = 25.5 \times (1.002)^{n-1} - 24}$ لكل الاعداد الطبيعية $\mathbf{n \geq 1}$.

٣) يريد هادي شراء **سيّارة** ثمنها **25 000 000 LL.**

بدءا من شهر كانون الثاني 2018 ، قدّم البنك لِهادي العرض التالي:

يسحب هادي **700 000 LL** من راتبه **كل شهر**، و**يودعه** في حساب توفير بفائدة سنوية **6%** مركّبة شهرياً.

أ- تحقق أن المبلغ المالي في حساب هادي، بعد **n** شهر، يمكن التعبير عنه كما يلي

$\mathbf{140(1.005)^n - 140 \geq 25}$ ملايين الليرات اللبنانية لكل قيم $\mathbf{n \geq 1}$.

ب- حل المتباينة $\mathbf{140(1.005)^n - 140 \geq 25}$.

حدّد العدد الأقل من الاشهر المطلوبة كي يصبح هادي قادراً على شراء هذه السيارة.

IV-   (ثماني علامات)

القسم الأول

لتكن **f** الدالّة المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي $f(x)=\frac{1}{x}-xe^{x-1}$.

ليكن **(C)** بيان هذه الدالّة في المستوى الإحداثي $(O;\vec{i},\vec{j})$.

١) **حدّد** $\lim\limits_{x\to0} f(x)$.

استنتج مقارب للبيان (C).

٢) **حدّد** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ واحسب **f(2)** .

٣) يمثّل الجدول ادناه تغيّرات الدالّة f.

x	0	$+\infty$
f'(x)	▨	—
f(x)	▨	

أ- **انسخ** الجدول **واكمله**.

ب- **برهن** أن **x = 1** هو الحل الوحيد للمعادلة **f(x) = 0**.

٤) **ارسم** **(C)**.

٥) مساحة المنطقة المحدّدة بالبيان **(C)**، المحور x والمستقيمان ذوي المعادلات **x =1** و **x = 2**

تساوي **(e – ln2)** وحدات مساحة.

– **احسب** $\int_1^2 \frac{1}{x}dx$.

– **استعمل** هذه المساحة لحساب القيمة الدقيقة لِـ $\int_1^2 xe^{x-1}dx$.

<u>القسم الثاني</u>

ينتج احد المصانع سائل تنظيف.

الكلفة الحدّية M_c للإنتاج في هذا المصنع ، بملايين الليرات اللبنانية، يمكن نمذجتها كما يلي

$M_C(x)=(x+1)e^{x-1}$ حيث x هي كميّة الانتاج في هذا المصنع بآلاف الليترات و $x\in[0;5]$.

١) عِلماً أن الكلفة الثابتة للإنتاج في هذا المصنع هي **1 000 000 LL**، **برهن** أن الكلفة الاجمالية C_T، بملايين الليرات اللبنانية، للإنتاج في هذا المصنع يمكن نمذجتها كما يلي:

$C_T(x)=xe^{x-1}+1$.

٢) لنرمز بِـ $\overline{C}$ الى الكلفة الوسطية للإنتاج في هذا المصنع.

أ- **تحقق أن** $\overline{C}(x)-M_C(x)=f(x)$ حيث $x\in]0;5]$ و $\overline{C}$ بملايين الليرات اللبنانية.

ب- نعتمد، في هذا الجزء، أن الكلفة الوسطية تكون في ادنى قيمة لها عندما تساوي الكلفة الحدّية: $\overline{C}_{minimal}(x)=M_C(x)$

حدّد، <u>بالليترات، الكميّة المنتجة من هذا السائل عندما تكون الكلفة الوسطية في ادنى قيمة لها.</u>

٣) أ- لسبب ما، يبيع هذا المصنع **60%** من انتاجه بسعر **5000 LL** لليتر الواحد و **40%** بِـ **2500 LL** لليترالواحد.

عِلماً أن جميع الكميات المنتجة تم بيعها. **تحقق ان**الايرادات ، بملايين الليرات اللبنانية، **R(x) = 4x**.

ب- انتج هذا المصنع **1 800** ليتراً من هذا السائل وباع **75%** من الكمية المنتجة.

حسب كمية الليترات التي باعها هذا المصنع.

هل الايرادات المحققة كافية لتغطية كلفة الانتاج؟ **برّر**.