عدد المسائل: اربع	**مسابقة في مادة الرياضيات** **المدة: ساعتان**	**الاسم:** **الرقم:**

ملاحظة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشّح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة)

I- (اربع علامات)

يبيّن الجدول ادناه عدد سكّان إحدى القرى (y_i) بين سنة 1990 الى سنة 2015، ورتبة السنة المقابِلة (x_i).

السنة	1990	1995	2000	2005	2010	2015
رتبة السنة : x_i	0	5	10	15	20	25
عدد السكّان: y_i	5 445	5 940	6 285	6 695	7 085	7 550

القسم الأول

١) اِحسب $\overline{X}$ و $\overline{Y}$ متوسطي المتغيرين x_i و y_i على التوالي.
٢) احسب نسبة الزيادة في عدد سكّان القرية من 1990 الى 2015.
٣) حدّد معامل الترابط r. فسّر القيمة التي تم احتسابها.
٤) حدّد معادلة الانحدار الخطي، لـِ y بدلالة x، $(D_{y/x}): y = mx + n$ ، حيث m و n هما عددان حقيقيان (قرّب m و n الى أقرب 10^{-1}).

القسم الثاني

لنفترض أن النموذج أعلاه يستمرّ صالحًا حتى سنة 2024.
١) حدد السنة التي يتجاوز فيها عدد سكّان القرية 8 250 لأول مرّة.
٢) في هذه القرية، عدد الأشخاص الذين استعملوا الانترنت سنة 2018 كان 2 000.
لنفترض ان هذا العدد يتزايد بـِ 100 شخص كل سنة.
أ- اِحسب عدد الاشخاص الذين سيستعملون الإنترنت في هذه القرية سنة 2024.
ب- سنة 2024، نفترض انه تم عشوائياً مقابلة شخصين من هذه القرية بشكل متتال.
احسب احتمال يكون الشخصين من مستعملي الانترنت.

II- (اربع علامات)

في نادٍ رياضي:
- 40% من الأعضاء هم فتيات، من بينهن 30% يشاركن في البطولة الوطنية
- 80% من الفتيان يشاركون في البطولة الوطنية.

القسم الأول

تم عشوائياً اختيار عضواً واحداً من هذا النادي. لنفترض الاحداث التالية:
G: " العضو الذي تم اختياره هي فتاة"
B: "العضو الذي تم اختياره هو فتى"
C: "العضو الذي تم اختياره يشارك في البطولة الوطنية".

١) اِحسب $P(G \cap C)$ وتحقّق أن $P(C) = \frac{3}{5}$.
٢) العضو الذي تم اختياره لم يشارك في البطولة الوطنية.
احسب احتمال أن يكون هذا العضو فتىً.

القسم الثاني

في هذا النادي 50 عضواً.
قرّرت إدارة النادي أن تختار عشوائياً وبشكل متزامن مجموعة من ثلاثة أعضاء للمشاركة في بطولة دولية.
١) اِحسب عدد الفتيات وعدد الفتيان في هذا النادي.
٢) تحقق ان احتمال اختيار مجموعة تتألف من فتاتين وفتى واحداً هو $\frac{57}{196}$.
٣) اِحسب احتمال اختيار مجموعة تتألف من فتاة واحدة على الأقل وفتىً واحد على الأقل.

III- (اربع علامات)

هادي موظف في احد البنوك.

في كانون الثاني 2018، كان راتب هادي الشهري 1 500 000 LL . كل شهر، يزيد راتبه 0.2 % مع عِلاوة إضافية قيمتها 48 000 LL. لكل الاعداد الطبيعية $n \geq 1$ ، ليكن a_n راتب هادي الشهري ، بملايين الليرات اللبنانية، في الشهر n. إذا $a_1 = 1.5$.

١) اِحسب a_2.

٢) لكل الاعداد الطبيعية $n \geq 1$ ، نفترض أن $a_{n+1} = (1.002)a_n + 0.048$.

أ- ليكن $V_n = a_n + 24$.برهن أن (V_n) هي متتالية هندسية يجب تحديد حدّها الأول V_1 .

ب- برهن أن $a_n = 25.5 \times (1.002)^{n-1} - 24$ لكل قيم $n \geq 1$.

٣) يريد هادي شراء سيّارة ثمنها 25 000 000 LL.

بدءا من شهر كانون الثاني 2018 ، قدّم البنك لِهادي العرض التالي:

يسحب هادي 700 000 LL من راتبه كل شهر، ويودعه في حساب توفير بفائدة سنوية 6% مركّبة شهرياً.

أ- تحقق أن المبلغ المالي في حساب هادي، بعد n شهر، يمكن التعبير عنه كما يلي $\left[140(1.005)^n - 140\right]$ ملايين الليرات اللبنانية لكل قيم $n \geq 1$.

ب- حدّد العدد الأقل من الاشهر المطلوبة كي يصبح هادي قادراً على شراء هذه السيارة.

IV- (ثماني علامات)

القسم الأول

لتكن f الدالّة المعرّفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي $f(x) = \frac{1}{x} - xe^{x-1}$ وليكن (C) بيان هذه الدالّة في المستوى الإحداثي $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

١) حدّد $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$. استنتج مقارب للبيان (C).

٢) حدّد $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ واِحسب f(2) .

٣) يمثّل الجدول المقابل تغيّرات الدالّة f.

x	0	$+\infty$
f '(x)	‖	—
f(x)	‖	

أ- انسخ الجدول واكمله.

ب- برهن أن x = 1 هو الحل الوحيد للمعادلة f(x) = 0.

٤) ارسم (C).

٥) مساحة المنطقة المحدّدة بالبيان (C)، المحور x والمستقيمان ذوي المعادلات x =1 و x = 2 تساوي (e – ln2) وحدات مساحة.

استعمل هذه المساحة لحساب القيمة الدقيقة لِـ $\int_1^2 xe^{x-1}dx$.

القسم الثاني

ينتج احد المصانع سائل تنظيف.

الكلفة الحدّية M_C للإنتاج في هذا المصنع ، بملايين الليرات اللبنانية، يمكن نمذجتها كما يلي $M_C(x) = (x+1)e^{x-1}$ حيث x هي كميّة الانتاج في هذا المصنع بآلاف الليترات و $x \in [0;5]$.

١) عِلماً أن الكلفة الثابتة للإنتاج في هذا المصنع هي 1 000 000 LL، برهن أن الكلفة الاجمالية C_T ، بملايين الليرات اللبنانية، للإنتاج في هذا المصنع يمكن نمذجتها كما يلي $C_T(x) = xe^{x-1} + 1$.

٢) لنرمز بِـ $\overline{C}$ الى الكلفة الوسطية للإنتاج في هذا المصنع.

أ- تحقق أن $\overline{C}(x) - M_C(x) = f(x)$ حيث $x \in]0;5]$ و $\overline{C}$ بملايين الليرات اللبنانية.

ب- نعتمد، في هذا الجزء، أن الكلفة الوسطية تكون في ادنى قيمة لها عندما تساوي الكلفة الحدّية.

حدّد، بالليترات، الكميّة المنتجة من هذا السائل عندما تكون الكلفة الوسطية في ادنى قيمة لها.

٣) أ- لسبب ما، يبيع هذا المصنع 60% من انتاجه بسعر 5000 LL لليتر الواحد و40% بِـ 2500 LL لليترالواحد.

عِلماً أن جميع الكميات المنتجة تم بيعها. حدّد، بملايين الليرات اللبنانية، الايرادات R(x).

ب- انتج هذا المصنع 1 800 ليتراً من هذا السائل وباع 75% من الكمية المنتجة. هل الايرادات المحققة كافية لتغطية كلفة الانتاج؟ برّر.