وزارة التربية والتعليم العالي المديريّة العامة للتربية دائرة الامتحانات الرسمية	امتحانات الشهادة المتوسطة	دورة العام ٢٠١٩ الاستثنائية الخميس ٢٥ تموز ٢٠١٩

عدد المسائل: خمس	مسابقة في مادة الرياضيات المدة: ساعتان	الاسم: الرقم:

إرشادات عامة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات أو رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة.

I - (2 points)

Dans ce qui suit, on demande de faire apparaître les étapes de calcul :

On donne $A=\sqrt{80}-\sqrt{20}+\sqrt{5}$.

1) Écrire A sous la forme $m\sqrt{5}$ où m est un entier.

2) Soit $B=5\sqrt{5}$.

a. Montrer que le tableau ci-contre est un tableau de proportionnalité.

b. Écrire $\dfrac{20}{B-5}$ sous la forme $p+\sqrt{5}$ où p est un entier.

A	$2\sqrt{19}+1$
$2\sqrt{19}-1$	B

II - (3 points)

Une boîte F contient **douze** boules rouges et noires.

1) Si on enlève **une** boule rouge et on ajoute **une** boule noire, alors le nombre de boules rouges sera le double de celui des boules noires.

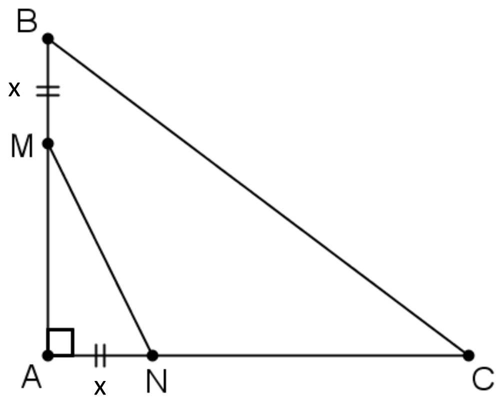
a. Montrer que les informations précédentes se traduisent par le système suivant : $\begin{cases} x+y=12 \\ x-2y=3 \end{cases}$

b. Résoudre le système ci-dessus et déterminer le nombre de boules rouges et celui de boules noires.

2) Dans ce qui suit, la boîte F contient **neuf** boules rouges et **trois** boules noires.
On ajoute à cette boîte **cinq** boules rouges et **huit** boules noires.
Calculer le pourcentage de boules rouges dans cette boîte.

III - (3 points)

Dans la figure ci-contre :



ABC est un triangle rectangle en A; $AB=6$ et $AC=8$.
M est un point de [AB] et N un point de [AC] tels que :
$AN=BM=x \quad (0<x<6)$

On désigne par S l'aire du triangle ABC et S' celle du triangle AMN.

1) Calculer S.

2) Calculer AM en fonction de x et montrer que $S'=\dfrac{6x-x^2}{2}$.

3) a. Vérifier que : $3(x-2)(x-4)=3x^2-18x+24$.

b. Calculer x dans le cas où $S=6S'$.

4) a. Montrer que $S'-\dfrac{9}{2}=\dfrac{-1}{2}(x-3)^2$.

b. En déduire que l'aire du triangle AMN est plus petite ou égale à $\dfrac{9}{2}$.

IV - (6.5 points)

Dans un repère orthonormé d'axes $x'Ox$ et $y'Oy$, on donne les points $A(3;3)$, $B(6;0)$ et $E(0;-6)$.

Soit (d) la droite d'équation $y=-x+6$.

1) **a.** Placer les points A, B et E.

b. Vérifier que A et B sont deux points de (d). Tracer (d).

2) La droite (d) coupe $y'Oy$ en F.

Déterminer les coordonnées de F, puis vérifier que A est le milieu de [BF].

3) **a.** Vérifier que l'équation de la droite (AE) est $y=3x-6$.

b. La droite (AE) coupe $x'Ox$ en $C(2;0)$. Que représente le point C pour le triangle EBF?

c. Les droites (CF) et (BE) se coupent en M. Montrer que M est le milieu de [BE].

4) Montrer que $OBF = OBE = 45°$.

5) La parallèle à (EB) menée de C coupe [FB] en K.

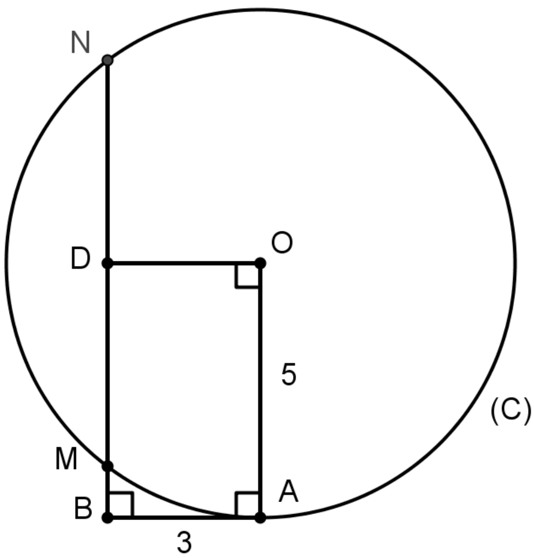
a. Montrer que le triangle CKB est rectangle isocèle en K.

b. Déduire que $CK = 2\sqrt{2}$.

6) Calculer le rapport $\frac{FC}{FM}$.

V - (5.5 points)

Dans la figure ci-contre :



- OABD est un rectangle tel que OA = 5 et AB = 3
- (C) est le cercle de centre O passant par le point A
- La droite (BD) coupe le cercle (C) en M et N.

1) Tracer la figure.

2) **a.** Quelle est la nature du triangle ONA? Justifier.

b. Montrer que [NA] est la bissectrice de l'angle BNO.

3) Montrer que DN = 4 et calculer BN.

4) Les deux droites (NA) et (OD) se coupent en L.

a. Montrer que les deux triangles BAN et OLA sont semblables.

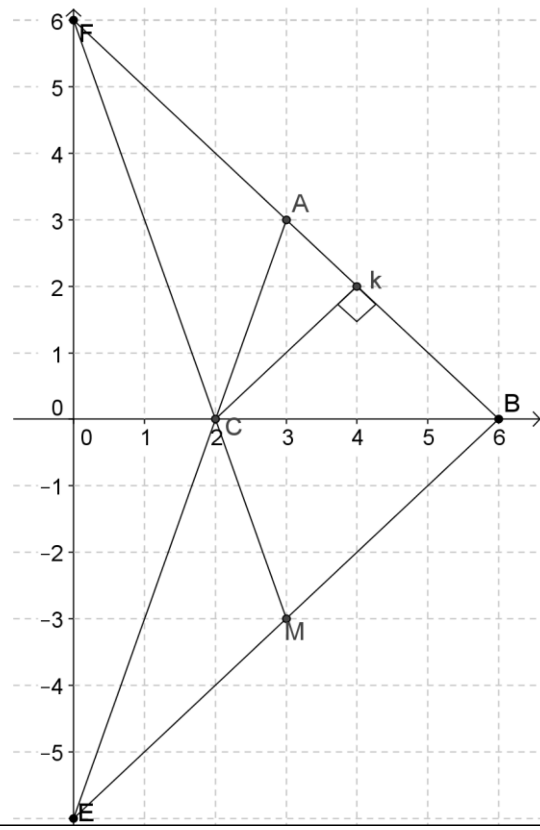
b. En déduire que $BN \times LO = 15$, puis calculer LO.

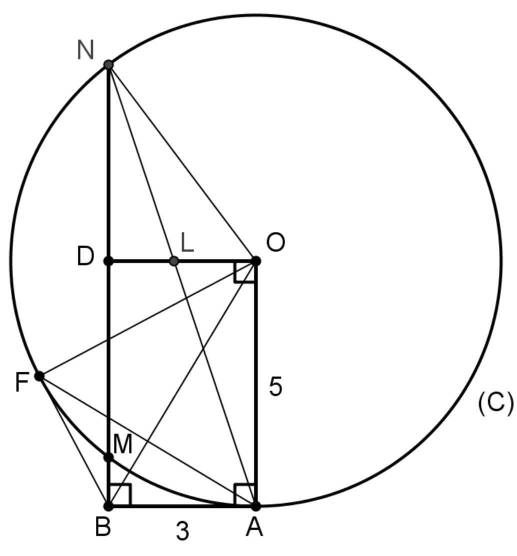
5) La perpendiculaire à (OB) menée de A recoupe le cercle (C) en F.

Montrer que (BF) est tangente au cercle (C).

عدد المسائل: خمس — مسابقة في مادة الرياضيات — مشروع اسس التصحيح - فرنسي

Partie de la Q.	Eléments de réponse	Notes
Question I		
1	$A=\sqrt{80}-\sqrt{20}+\sqrt{5}$ $A=4\sqrt{5}-2\sqrt{5}+\sqrt{5}$ **0.25 + 0.25** $A=3\sqrt{5}$ **0.25**	**0.75**
2a	$A\times B=3\sqrt{5}\times 5\sqrt{5}=75$ **0.25** $(2\sqrt{19}-1)(2\sqrt{19}+1)=76-1=75$ **0.25** Donc : $A\times B=(2\sqrt{19}-1)(2\sqrt{19}+1)$ alors c'est un tableau de proportionnalité. **0.25**	**0.75**
2b	$\frac{20}{5\sqrt{5}-5}=\frac{20}{5(\sqrt{5}-1)}=\frac{4}{\sqrt{5}-1}=\frac{4}{\sqrt{5}-1}\times\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}+1}=1+\sqrt{5}$ **(0.25 conjuguée + 0.25 résultat)**	**0.5**
Question II		
1a	Soit x le nombre de boules rouges et y celui de boules noires. **0.25** $x+y=12$ **0.25** $x-1=2(y+1)$ **0.25** donc : $x-2y=3$ **0.25**	**1**
1b	D'après la calculatrice : $x=9\ et\ y=3$ **0.75 + 0.25**	**1**
2	14 rouges et 11 noires. **0.25** $\frac{14\times 100}{25}=56\ \%$ **0.5 + 0.25**	**1**
Question III		
1	$S=\frac{b\times h}{2}=\frac{6\times 8}{2}=24$ **0.25 + 0.25**	**0.5**
2	$AM=AB-BM=6-x$ **0.25** $S'=\frac{b\times h}{2}=\frac{(6-x)x}{2}=\frac{6x-x^2}{2}$ **0.25**	**0.5**
3a	$3(x-2)(x-4)=3(x^2-4x-2x+8)=3x^2-18x+24$ **0.5**	**0.5**
3b	$S=6S'$ $24=6\left(\frac{6x-x^2}{2}\right)$ $24=18x-3x^2$ **0.25** $3x^2-18x+24=0$ $3(x-2)(x-4)=0$ donne $x=2$ ou $x=4$. **0.25**	**0.5**
4a	$S'-\frac{9}{2}=\frac{6x-x^2}{2}-\frac{9}{2}=\frac{6x-x^2-9}{2}=\frac{-1}{2}(x-3)^2$. **0.25 + 0.25** ou développement des deux membres. **0.25 + 0.25**	**0.5**
4b	$S'-\frac{9}{2}=\frac{-1}{2}(x-3)^2\le 0$. **0.25** donc : $S'\le\frac{9}{2}$ **0.25**	**0.5**

Question IV		
1a		**0.75**
1b	$y_A = -x_A + 6$ $3 = -3 + 6$ $3 = 3$ donc A est un point de (d). **0.25** $y_B = -x_B + 6$ $0 = -6 + 6$ $0 = 0$ donc B est un point de (d). **0.25** Alors : A et B déterminent la droite (d) par suite : Pour tracer (d), on relie A et B. **0.25**	**0.75**
2	$F \in y'oy$ alors $x_F = 0$ **0.25** $F \in (d)$ alors $y_F = -x_F + 6 = -(0) + 6 = 6$ **0.25** Donc $F(0; 6)$ $x_A = \frac{x_B + x_F}{2}$ $3 = \frac{6+0}{2}$ $3 = 3$ **0.25** $y_A = \frac{y_F + y_B}{2}$ $3 = \frac{6+0}{2}$ **0.25** $3 = 3$ Donc A milieu de [BF].	**1**

3a	$a_{(AE)} = \frac{3+6}{3-0} = 3$ **0.75** $3 = 9 + b$ $b = 3 - 9 = -6$ **0.25** donc : $(AE): y = 3x - 6$ ou par remplacement des coordonnées des deux points A et E. **0.75 + 0.25**	**1**
3b	Dans le triangle BFE on a : [BO] et [EA] sont deux médianes qui se coupent en C. **0.25** alors C est le centre de gravité de ce triangle. (pt de rencontre des 3 médianes) **0.25**	**0.5**
3c	Dans le triangle BFE: [FM] est le troisième-segment médiane passant par le centre de gravité C. **0.25** Donc M est le milieu de [BE].	**0.25**
4	Dans le triangle OBF ; On a : OB = OF = 6 et $\widehat{FOB} = 90^0$ **0.25 + 0.25** Donc FBO est un triangle rectangle isocèle en O alors OBF = 45°. **ou bien : méthode de l'angle aigu formé par la droite (AB) et l'axe des abscisses)** d'une façon analogue on démontre que OBE = 45°. **0.25**	**0.75**
5a	on a : $(CK)//(EB)$ donc : $\widehat{EBK} = \widehat{CKF} = 90^0$ correspondants. Donc CKB rectangle. **0.25** Et : KBC = 45°. donc CKB est aussi isocèle. **0.25**	**0.5**
5b	CKB est un triangle rectangle-isocèle alors : CK = $\frac{CB}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$ Ou $\sin 45^0 = \cdots$	**0.5**
6	$\frac{FC}{FM} = \frac{2}{3}$ Car C est le centre de gravité du triangle FBE. ou : Thalès ou : par le calcul….	**0.5**
	Question V	
1		**0.5**
2a	OA = ON (Rayons d'un même cercle) alors ONA est isocèle de sommet principal O. **0.5**	**0.5**

2b	$\widehat{OAN} = \widehat{ANB}$ (alt – int) $\widehat{OAN} = \widehat{ONA}$ (isocèle) donc : $\widehat{ANB} = \widehat{ONA}$ Par suite : [NA) est la bissectrice de $\widehat{BNO}$	**0.25** **0.25** **0.25**	**0.75**
3	ODN est un triangle rectangle en D. $ON^2 = OD^2 + DN^2$ (Pythagore) $DN^2 = ON^2 - DO^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$ $DN = 4$ BN = DN + DB = 4 + 5 = 9	**0.5** **0.25** **0.25**	**1**
4a	Les deux triangles BAN et OLA ont : $\widehat{AOL} = \widehat{ABN} = 90^0$ $\widehat{OAN} = \widehat{ANB}$ (alt – int) Alors ils sont semblables	**0.5** **0.5**	**1**
4b	$\frac{OA}{BN} = \frac{OL}{AB} = \frac{LA}{AN}$ (rapport de similitude) $OL \times BN = AO \times AB = 15.$ $OL = \frac{15}{BN} = \frac{15}{9} = \frac{5}{3}$	**0.5** **0.25** **0.25**	**1**
5	OAF est un triangle isocèle car OF = OA (rayons d'un même cercle) donc (OB) médiatrice. (hauteur dans un triangle isocèle à la fois médiatrice) les deux triangles OBF et OBA ont : OF = OA (d.d.) BF = BA (effet de la médiatrice) OB = OB (côté commun) alors ils sont superposables. Donc : $\widehat{OFB} = \widehat{OAB} = 90^0$ (angles homologues) par suite : (BF) est tangente au cercle étant perpendiculaire au bout du rayon aboutissant au point de contact.	**0.25** **0.25** **0.25**	**0.75**