

ملاحظة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة).

I- (5 points)

1) Résoudre le système:
$$\begin{cases} x + y = 650\,000 \\ 2x + 3y = 1\,350\,000 \end{cases}$$

2) Le **magasin A** vend des instruments musicaux.

Le prix d'une guitare et d'une flute est 650 000 LL.

Le prix de deux guitares et trois flutes est 1 350 000 LL.

Calculer le prix d'une guitare et celui d'une flute.

3) Lynn dépose dans un compte d'épargne une somme de 5 000 000 LL pour une période de 4 ans à un taux d'intérêt annuel de 5% capitalisé annuellement.

a- Calculer la somme que Lynn aura dans son compte d'épargne à la fin de la quatrième année.

b- A la fin de la quatrième année, Lynn a tiré 6 000 000 LL de son compte d'épargne pour acheter 8 guitares et un certain nombre de flutes du **magasin A**.

Déterminer le nombre maximal de flutes que Lynn peut acheter.

II- (5 points)

Une boîte contient 13 boules distribuées comme le montre le tableau suivant :

Couleur de la boule	Verte	Rouge	Blanche
Nombre porté par la boule			
Impair	4	1	2
Pair	2	3	1

1) On tire au hasard une boule de cette boîte.

On considère les évènements suivants:

V: "La boule tirée est verte"

R: "La boule tirée est rouge"

I: "La boule tirée porte un nombre impair".

a- Calculer les probabilités suivantes : $P(V)$, $P(I)$, $P(V \cap I)$ et $P(V \cup I)$.

b- Sachant que la boule tirée n'est pas rouge, calculer la probabilité que cette boule porte un nombre impair.

2) On tire au hasard, successivement et sans remise, **deux** boules de la boîte.

Soit S l'évènement: "La somme des deux nombres portés par les deux boules tirées est impaire". Calculer $P(S)$.

III- (10 points)

On considère la fonction f définie sur $]1 ; +\infty[$ par $f(x) = -x + 1 + \frac{m}{x-1}$, où m est un nombre réel non nul. On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) Calculer m dans le cas où le point $A(2 ; -5)$ appartient à (C) .

2) Dans ce qui suit, on donne $m = -4$ et $f(x) = -x + 1 - \frac{4}{x-1}$.

a- Déterminer $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x)$ et en déduire une équation d'une asymptote (D) à (C) .

b- Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et montrer que la droite (d) d'équation $y = -x + 1$ est asymptote à (C) .

c- Montrer que $f'(x) = \frac{(3-x)(x+1)}{(x-1)^2}$.

d- Recopier et compléter le tableau de variations de f :

x	1	3	$+\infty$
$f'(x)$			
$f(x)$			

e- Montrer que l'équation $f(x) = 0$ n'admet pas de solutions réelles.

f- Soit (L) la droite d'équation $y = -5$.

Déterminer les abscisses des points d'intersection de (L) et (C) .

g- Tracer (d) , (D) , (C) et (L) .

h- Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) > -5$.

QI	Correction	Note
1	$x = 600\,000$ et $y = 50\,000$	1
2	soit x le prix d'une guitare et y le prix d'une flute $\begin{cases} x + y = 650\,000 \\ 2x + 3y = 1\,350\,000 \end{cases}$ $x = 600\,000$ et $y = 50\,000$ le prix d'une guitare est 600 000LL et le prix d'une flute est 50 000LL.	1 1
3a	$C_n = C(1 + i)^n = 5\,000\,000(1 + 0.05)^4 = 6\,077\,531.25$ LL	1
3b	$6\,000\,000 - 8 \times 600\,000 = 1\,200\,000$ LL $1\,200\,000 \div 50\,000 = 24$ Le nombre maximal de flutes que Lynn pourra acheter est 24 .	1

QII	Correction	Note
1a	$P(V) = \frac{6}{13}$; $P(I) = \frac{7}{13}$; $P(V \cap I) = \frac{4}{13}$; $P(V \cup I) = \frac{9}{13}$	$\frac{3}{4}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{4}$
1b	$P(I / \bar{R}) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$	1
2	$p(S) = P(I, P) + P(P, I) = \frac{6}{13} \times \frac{7}{12} \times 2 = \frac{7}{13}$	1

QIII	Correction	Note												
1	$f(2) = -5$ $-1 + m = -5$ alors $m = -4$	1												
2a	$\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x) = -\infty$; $x = 1$ asymptote.	1												
2b	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (-x + 1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-\frac{4}{x-1} \right) = 0$ Alors, la droite (d) d'équation $y = -x + 1$ est une asymptote à (C).	1												
2c	$f'(x) = -1 + \frac{4}{(x-1)^2} = \frac{4 - (x-1)^2}{(x-1)^2} = \frac{(3-x)(x+1)}{(x-1)^2}$.	1												
2d	<table style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">3</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">f'(x)</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">-</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">f(x)</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">-4</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> </tr> </table>	x	1	3	$+\infty$	f'(x)		+	-	f(x)	$-\infty$	-4	$-\infty$	1
x	1	3	$+\infty$											
f'(x)		+	-											
f(x)	$-\infty$	-4	$-\infty$											
2e	<p><u>Première méthode:</u> d'après le tableau de variations pour $x \in]1, +\infty[$ le maximum de $f(x)$ est $-4 < 0$ alors $f(x) < 0$ for $x \in]1, +\infty[$ alors, $f(x) = 0$ n'admet pas de solutions réelles.</p> <p><u>Deuxième méthode:</u> $f(x) = 0$; $-x + 1 - \frac{4}{x-1} = 0$; $(x-1)^2 = -4$ impossible alors, $f(x) = 0$ n'admet pas de solutions réelles.</p>	1												
2f	$f(x) = -5$; $-x + 1 - \frac{4}{x-1} = -5$; $-x^2 + 7x - 10 = 0$ alors, $x = 2$; $x = 5$.	1												
2g		2												
2h	$f(x) > -5$ pour $x \in]2 ; 5[$	1												