

ملاحظة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.  
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة).

### I- (5 points)

1) Résoudre le système: 
$$\begin{cases} x + y = 650\,000 \\ 2x + 3y = 1\,350\,000 \end{cases}$$

2) Le **magasin A** vend des instruments musicaux.

Le prix d'une guitare et d'une flute est 650 000 LL.

Le prix de deux guitares et trois flutes est 1 350 000 LL.

Calculer le prix d'une guitare et celui d'une flute.

3) Lynn dépose dans un compte d'épargne une somme de 5 000 000 LL pour une période de 4 ans à un taux d'intérêt annuel de 5% capitalisé annuellement.

a- Calculer la somme que Lynn aura dans son compte d'épargne à la fin de la quatrième année.

b- A la fin de la quatrième année, Lynn a tiré 6 000 000 LL de son compte d'épargne pour acheter 8 guitares et un certain nombre de flutes du **magasin A**.

Déterminer le nombre maximal de flutes que Lynn peut acheter.

### II- (5 points)

Une boîte contient 13 boules distribuées comme le montre le tableau suivant :

Couleur de la boule	Verte	Rouge	Blanche
Nombre porté par la boule			
Impair	4	1	2
Pair	2	3	1

1) On tire au hasard une boule de cette boîte.

On considère les évènements suivants:

V: "La boule tirée est verte"

R: "La boule tirée est rouge"

I: "La boule tirée porte un nombre impair".

a- Calculer les probabilités suivantes :  $P(V)$ ,  $P(I)$ ,  $P(V \cap I)$  et  $P(V \cup I)$ .

b- Sachant que la boule tirée n'est pas rouge, calculer la probabilité que cette boule porte un nombre impair.

2) On tire au hasard, successivement et sans remise, **deux** boules de la boîte.

Soit S l'évènement: "La somme des deux nombres portés par les deux boules tirées est impaire". Calculer  $P(S)$ .

### III- (10 points)

On considère la fonction  $f$  définie sur  $]1 ; +\infty[$  par  $f(x) = -x + 1 + \frac{m}{x-1}$ , où  $m$  est un nombre réel non nul. On désigne par  $(C)$  la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1) Calculer  $m$  dans le cas où le point  $A(2 ; -5)$  appartient à  $(C)$ .

2) Dans ce qui suit, on donne  $m = -4$  et  $f(x) = -x + 1 - \frac{4}{x-1}$ .

a- Déterminer  $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x)$  et en déduire une équation d'une asymptote  $(D)$  à  $(C)$ .

b- Déterminer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et montrer que la droite  $(d)$  d'équation  $y = -x + 1$  est asymptote à  $(C)$ .

c- Montrer que  $f'(x) = \frac{(3-x)(x+1)}{(x-1)^2}$ .

d- Recopier et compléter le tableau de variations de  $f$ :

$x$	1	3	$+\infty$
$f'(x)$			
$f(x)$			

e- Montrer que l'équation  $f(x) = 0$  n'admet pas de solutions réelles.

f- Soit  $(L)$  la droite d'équation  $y = -5$ .

Déterminer les abscisses des points d'intersection de  $(L)$  et  $(C)$ .

g- Tracer  $(d)$ ,  $(D)$ ,  $(C)$  et  $(L)$ .

h- Résoudre graphiquement l'inéquation  $f(x) > -5$ .

QI	Correction	Note
1	$x = 600\,000$ et $y = 50\,000$	<b>1</b>
2	soit $x$ le prix d'une guitare et $y$ le prix d'une flute  $\begin{cases} x + y = 650\,000 \\ 2x + 3y = 1\,350\,000 \end{cases}$ $x = 600\,000$ et $y = 50\,000$  le prix d'une guitare est 600 000LL et le prix d'une flute est 50 000LL.	<b>1</b>  <b>1</b>
3a	$C_n = C(1 + i)^n = 5\,000\,000(1 + 0.05)^4 = 6\,077\,531.25$ LL	<b>1</b>
3b	$6\,000\,000 - 8 \times 600\,000 = 1\,200\,000$ LL  $1\,200\,000 \div 50\,000 = 24$  Le nombre maximal de flutes que Lynn pourra acheter est 24 .	<b>1</b>

QII	Correction	Note
1a	$P(V) = \frac{6}{13}$ ;  $P(I) = \frac{7}{13}$ ;  $P(V \cap I) = \frac{4}{13}$ ;  $P(V \cup I) = \frac{9}{13}$	$\frac{3}{4}$  $\frac{3}{4}$  $\frac{3}{4}$  $\frac{3}{4}$
1b	$P(I / \bar{R}) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$	<b>1</b>
2	$p(S) = P(I, P) + P(P, I) = \frac{6}{13} \times \frac{7}{12} \times 2 = \frac{7}{13}$	<b>1</b>

QIII	Correction	Note												
1	$f(2) = -5$ $-1 + m = -5$ alors $m = -4$	1												
2a	$\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x) = -\infty$ ; $x = 1$ asymptote.	1												
2b	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (-x + 1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( -\frac{4}{x-1} \right) = 0$ Alors, la droite (d) d'équation $y = -x + 1$ est une asymptote à (C).	1												
2c	$f'(x) = -1 + \frac{4}{(x-1)^2} = \frac{4 - (x-1)^2}{(x-1)^2} = \frac{(3-x)(x+1)}{(x-1)^2}$ .	1												
2d	<table style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">3</td> <td style="padding: 5px;"><math>+\infty</math></td> </tr> <tr style="border-top: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black;"> <td style="padding: 5px;"><math>f'(x)</math></td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">0</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>f(x)</math></td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">-</td> </tr> </table> 	x	1	3	$+\infty$	$f'(x)$		+	0	$f(x)$	-	-	-	1
x	1	3	$+\infty$											
$f'(x)$		+	0											
$f(x)$	-	-	-											
2e	<p><u>Première méthode:</u> d'après le tableau de variations pour <math>x \in ]1, +\infty[</math> le maximum de <math>f(x)</math> est <math>-4 &lt; 0</math> alors <math>f(x) &lt; 0</math> for <math>x \in ]1, +\infty[</math> alors, <math>f(x) = 0</math> n'admet pas de solutions réelles.</p> <p><u>Deuxième méthode:</u> <math>f(x) = 0</math> ; <math>-x + 1 - \frac{4}{x-1} = 0</math> ; <math>(x-1)^2 = -4</math> impossible alors, <math>f(x) = 0</math> n'admet pas de solutions réelles.</p>	1												
2f	$f(x) = -5$ ; $-x + 1 - \frac{4}{x-1} = -5$ ; $-x^2 + 7x - 10 = 0$ alors, $x = 2$ ; $x = 5$ .	1												
2g		2												
2h	$f(x) > -5$ pour $x \in ]2 ; 5[$	1												