عدد المسائل: أربع	مسابقة في مادة الرياضيات المدة: ساعتان	الاسم: الرقم:

ملاحظة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشّح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة).

I- (4 علامات)

في الفضاء الإحداثي العائد للنّظام $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعطي النقاط A(4 ,1, 4) و B(1, 0, 1) وَ E(3 , -1 , 1)
والمستوي (P) ذو المعادلة: $x + 2y + 3z - 4 = 0$

١) برهن ان النقطة E هي الاسقاط العامودي للنقطة A على المستوي (P).

٢) a - اوجد معادلة المستوي (Q) الذي يحتوي على النقاط A وَB وَE.

b- تحقق من أن المستويين (P) وَ (Q) هما متعامدين.

٣) ليكن (d) مستقيم التقاطع بين المستويين (P) وَ (Q) .

برهن ان معادلات المستقيم (d) هي: $\begin{cases} x = -2t + 1 \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$ حيث $(t \in \mathbb{R})$.

٤) لتكن الدائرة (C) في المستوي (P)، التي مركزها النقطة E وطول نصف قطرها $\sqrt{5}$.
برهن أن المستقيم (d) يتقاطع مع الدائرة (C) في نقطتين يجب ايجاد احداثياتهما.

II- (4 علامات)

لدينا جرتين U و V على الشكل التالي:

- الجرة U تحتوي على 3 بطاقات تحمل الارقام 3 وَ 1 وَ 0.
- الجرة V تحتوي على 4 بطاقات تحمل الارقام 8 وَ 8 وَ 5 وَ 4.

نسحب عشوائياً بطاقة واحدة من الجرة U:

- إذا كانت البطاقة المسحوبة تحمل الرقم 0 ، نسحب بشكل متزامن وعشوائياً بطاقتين من الجرة V
- إذا كانت البطاقة المسحوبة لا تحمل الرقم 0 ، نسحب بشكل متزامن وعشوائياً 3 بطاقات من الجرة V.

لنعتبر الاحداث التالية:

A: " البطاقة المسحوبة من الجرة U تحمل الرقم 0"

S: " جمع الارقام التي تحملها البطاقات المسحوبة من الجرة V هو عدد زوجي ".

١) a- احسب الاحتمالات التالية: $P(S/A)$ وَ $P(S\cap A)$.

b- تحقق من أن $P(S\cap \bar{A}) = \frac{1}{6}$ واحسب $P(S)$.

٢) مجموع الاعداد التي تحملها البطاقات المسحوبة من الجرة V هو عدد زوجي. احسب احتمال ان تكون البطاقة المسحوبة U لا تحمل الرقم 0.

٣) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي حاصل ضرب الاعداد التي تحملها البطاقات المسحوبة من الجرتين U وَ V.

احسب $P(X=0)$ واستنتج $P(X\leq 160)$.

III- (4 علامات)

في المستوي الإحداثي المركب العائد للنظام $(O;\vec{u},\vec{v})$، تقع النقطتان M و M' للعددين المركبين z و z′ ، حيث أن $z'=(1+i)\overline{z}$

١) في هذا الجزء فقط لتكن: $z=e^{i\frac{\pi}{3}}$

a- اكتب z' على الصورة الاسّية.

b- تحقق من أن $(z')^6$ هي عدد تخيلي صرف.

٢) a- تحقق من أن $|z'|=\sqrt{2}|z|$

b- استنتج انه عندما تتحرك النقطة M على الدائرة التي مركزها النقطة O وطول نصف قطرها $\sqrt{2}$ فإن النقطة M' تتحرك على دائرة يجب تحديد مركزها وطول نصف قطرها.

٣) ليكن $z=x+iy$ وَ $z'=x'+iy'$ حيث أن x وَ x′ وَ y وَ y′ هي أعداد حقيقية.

a- احسب x′ وَ y′ بدلالة x وَ y .

b- لأي عدد مركب $z\neq 0$ ، لتكن النقطة N للعدد المركب $\overline{z}$.

برهن أن المثلث ON M' هو مثلث قائم الزاوية متساوي الساقين عند الرأس N.

IV- (8 علامات)

لتكن f الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=2x(1-\ln x)$

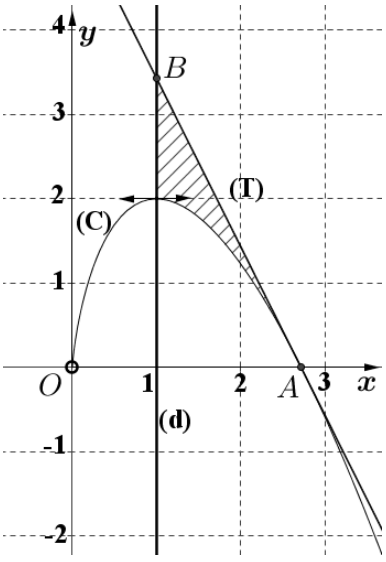
وليكن (C) التمثيل البياني لهذه الدالة في المستوي الاحداثي العائد للنظام $(O;\vec{i},\vec{j})$.

١) اوجد $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

٢) a- لتكن A نقطة التقاطع بين التمثيل البياني (C) والمحور x . اوجد إحداثيات النقطة A.

b- بين أن $f'(x)=-2\ln x$ و انشىء جدول التغيرات للدالّة f.

c- حدد معادلة (T) المماس للبيان (C) عند النقطة A.



في الرسم المجاور:

- (C) هو التمثيل البياني للدالة f
- (T) هو المماس للبيان (C) عند النقطة A
- (d) هو المستقيم ذو المعادلة x=1
- B(1 ; 2e − 2) هي نقطة التقاطع بين (d) وَ (T).

٣) a- برهن أن للدالة f على المجال $]1;+\infty[$ دالة عكسية g يجب ايجاد مجالها.

b- انشىء جدول التغيرات للدالّة g.

c- انسخ على ورقة الاجابة التمثيل البياني (C) ثم انشىء (C') ، الرسم البياني للدالة g على نفس المستوي الاحداثي.

٤)

a- أوجد باستعمال التكامل بالتجزئة $\int x\ln x\,dx$

b- برهن أن $\int_1^e f(x)dx=\frac{e^2-3}{2}$

c- احسب مساحة المنطقة المظللة وحدودها (C)، (T) و (d).