وزارة التربية والتعليم العالي
المديريّة العامّة للتربية
دائرة الامتحانات الرسميّة

امتحانات الشهادة الثانوية العامّة
فرع العلوم العامّة

دورة العام ٢٠١٩ العاديّـة
السبت ٢٢ حزيران ٢٠١٩

عدد المسائل: ست	مسابقة في مادة الرياضيات	الاسم:
	المدة: أربع ساعات	الرقم:

ملاحظة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشّح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة).

I - (علامتان)

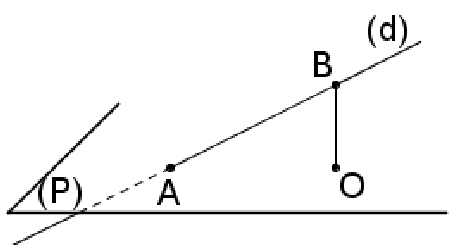
في الجدول التالي يوجد إجابة واحدة فقط صحيحة من بين الاجابات المقترحة لكل سؤال.
اكتب رقم كل سؤال مع الإجابة وبرر إجابتك.

الرقم	السؤال	الإجابات المقترحة a	الإجابات المقترحة b	الإجابات المقترحة c
١	ليكن z عددا مركبا. واحد من حلول المعادلة $z^4+z^2-i\sqrt{3}=0$ هو:	$e^{i\frac{\pi}{6}}$	i	$e^{-i\frac{\pi}{6}}$
٢	لتكن f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بالشكل: $f(x)=\dfrac{1}{x^2+4x+8}$. تكامل الدالة f هي:	$\frac{1}{2}\arctan\left(\frac{x+2}{2}\right)$	$\frac{1}{4}\arctan\left(\frac{x+2}{2}\right)$	$\arctan(x+2)$
٣	لتكن m عددا حقيقيا $(m>1)$. إذا كان $J=\displaystyle\int_m^{m+1}\frac{1}{x}dx$ فإن J تنتمي للمجال:	$[m;m+1]$	$\left]0;\frac{1}{m+1}\right[$	$\left[\frac{1}{m+1};\frac{1}{m}\right]$
٤	ليكن z عددا مركبا: $z=1+\cos\theta+i\sin\theta$ وَ $\pi<\theta<2\pi$. فإن $\|z\|$ يساوي:	$2\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$	$-2\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$	$\sqrt{2}$

II- (علامتان)

في الفضاء الإحداثي العائد للنّظام $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعرّف المستوي (P) ذو المعادلة $x+z=0$ وَالمستقيم (d) المعرّف بالمعادلات الآتية:

$$(d):\begin{cases}x=-t+1\\ y=-2t \quad t\in\mathbb{R}\\ z=3t+1\end{cases}$$



١) احسب احداثيات النقطة A تقاطع المستقيم (d) مع المستوي (P).

٢) لتكن النقطة $B(1\,,\,0\,,\,1)$ على المستقيم (d).

a- برهن أن النقطة O هي الاسقاط العامودي للنقطة B على المستوي (P).

b- استنتج معادلات المستقيم (Δ) الاسقاط العامودي للمستقيم (d) على المستوي (P).

٣) لتكن النقطة $J(-5\,,\,2\,,\,5)$ على المستوي (P).
احسب حجم رباعي الوجوه $OBJA$.

٤) في المستوي (P)، ليكن (H) القطع الزائد وبؤرتيه النقطتان O وَ A واختلافه المركزي $e=3$.

a- تحقق من أن النقطة $I(1,1,-1)$ هي مركز (H).

b- احسب احداثيات النقطتين S و G رأسي (H).

III- (ثلاث علامات)

لدينا مكعبي اعداد وجوه كل منهما مرقمة من 1 الى 6.

تم رمي المكعبين.

ليكن X المتغير العشوائي المعرّف كما يلي:

- إذا كان العددان الظاهران على المكعبين مختلفين، فإن X تساوي العدد الاكبر بينهما.
- إذا كان العددان الظاهران على المكعبين متساويين، فإن X تساوي احدهما.

مثال:
- إذا كان العددان الظاهران هما 2 و 3 فان $X = 3$
- إذا كان العددان الظاهران هما 4 و 4 فان $X = 4$

١) a- احسب $P(X=1)$ وَ $P(X=2)$.

b- برهن أن $P(X \le 3) = \frac{1}{4}$.

٢) في هذا الجزء، ليكن الصندوق U الذي يحتوي على 6 طابات: 4 حمراء و 2 زرقاء.
نرمي المكعبين.

- إذا $X \le 3$ ، نسحب 3 طابات عشوائيا وبشكل متزامن من الصندوق U،
- إذا $X > 3$ ، نسحب 3 طابات عشوائيا وبشكل متتالٍ مع ارجاع من الصندوق U.

لتكن الاحداث التالية:

A: " $X \le 3$ "

S: " الطابات الثلاث المسحوبة لها نفس اللون"

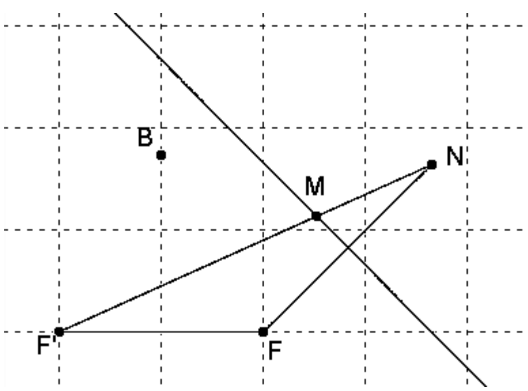
a- احسب $P(S/A)$ وَ $P(A \cap S)$.

b- برهن ان $P(\bar{A} \cap S) = \frac{1}{4}$ واحسب $P(S)$.

c- مع العلم ان $X > 3$ ، احسب احتمال ان لا تكون الطابات الثلاث المسحوبة لها نفس اللون.

IV- (ثلاث علامات)

في الرسم المجاور،



- F و 'F هما نقطتان ثابتتان حيث أن $FF' = 2$.
- N هي نقطة متحركة على الدائرة التي مركزها النقطة 'F ونصف قطرها 4.
- المنصّف العامودي للقطعة المستقيمة [NF] يتقاطع مع [F'N] عند النقطة M.
- B هي نقطة ثابته حيث أن BF'F هو مثلث متطابق الاضلاع.

١) a – برهن أن $MF + MF' = 4$.

b – استنتج أن M تتحرك على مخروط (E) يجب تحديد طبيعته وَ بؤرتيه وَ مركزه النقطة O.

٢) لتكن A نظير O بالنسبة F.

a- برهن أن النقطة A هي احدى رؤوس (E).

b- اوجد المحور غير البؤري لـِ (E) وتحقق من ان النقطة B هي واحدة من رؤوس (E).

c - ارسم (E).

٣) ليكن المستوي الإحداثي العائد للنظام الموجّه $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$ حيث أن $\vec{i} = \overrightarrow{OF}$.

a- برهن أن معادلة (E) هي: $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$.

b- اكتب معادلة المستقيم (d) موجّه (E) المرتبط بالنقطة F.

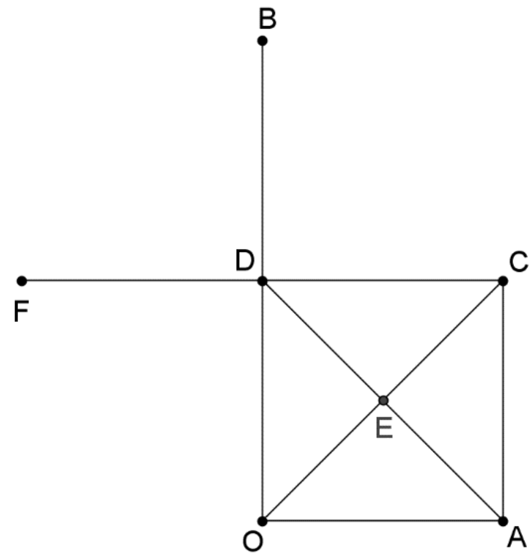
c- لتكن $L(\alpha, \beta)$ نقطة على (E) حيث أن α وَ β هما عددين حقيقيين و $\beta \ne 0$.

اوجد معادلة (T) ، المماس ل (E) عند النقطة L.

V- (ثلاث علامات)

في الرسم ادناه،

- $OACD$ هو مربع موجه مركزه E وطول ضلعه 2.
- F هي نظير C بالنسبة D.
- B هي نظير O بالنسبة D.



S هو التشابه الذي مركزه النقطة O ويحوّل A الى B.

الجزء A

١) a- حدِّد النسبة k وزاوية α لهذا التشابه.

b- تحقق من أن $S(E) = F$.

c- برهن أن المثلث OBF هو قائم الزاوية متساوي الساقين.

٢) ليكن التشابه $S'\left(E, 2, \frac{\pi}{2}\right)$ والتحويل $h = SoS'$. لتكن النقطة W مركز h.

برهن أن $\overrightarrow{WF} = -4\overrightarrow{WE}$.

الجزء B

ليكن المستوى الإحداثي المركب الموجّه العائد للنظام $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$ حيث أن $\vec{u} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OA}$.

١) برهن أن الشكل المركّب للتحويل h هو: $z' = -4z + 2 + 6i$ واستنتج العدد المركب للنقطة W.

٢) لكل $n \in \mathbb{N}$، لتكن المتتالية العددية $\left(d_n\right)$ المعرفة على الشكل $d_n = WE_n$ حيث أن $E_o = E$ وَ $E_{n+1} = h(E_n)$

a- تحقق من أن $d_0 = \frac{\sqrt{10}}{5}$.

b- برهن أن $\left(d_n\right)$ هي متتالية هندسية نسبتها المشتركة 4.

c- أوجد عدد النقاط E_n حيث أن $d_n < 2019$.

VI- (سبع علامات)

الجزء A

لتكن معادلة التفاضل $(E): y'' - 2y' + y = e^{2x}$ و لتكن $y = z + e^{2x}$.

١) شكّل المعادلة التفاضلية (E') المحقّقة بواسطة z .
٢) أوجد الحلّ العام للمعادلة (E) .
٣) حدِّد الحلّ الخاص للمعادلة (E) حيث أن بيانه في المستوي الإحداثي لديه عند النقطة $A(0; -2)$ مماس مواز للمحور x.

الجزء B

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ على الشكل التالي: $f(x) = e^{2x} + (x-3)e^{x}$. نرمز بالحرف (C) إلى بيان الدالّة f في المستوي الإحداثي العائد للنظام $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

١) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$.
٢) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و استنتج مقاربا" للبيان (C).
٣) لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ على الشكل التالي: $g(x) = x - 2 + 2e^{x}$.
 a- أنشئ جدول التغيير للدالّة g.
 b- احسب $g(0)$ واستنتج إشارة $g(x)$ حسب تغيّر قيم x.
٤) تحقّق من أن $f'(x) = e^{x}g(x)$ وأنشئ جدول التغيير للدالّة f .
٥) برهن أن للمعادلة $f(x) = 0$ حلّ وحيد α في $\mathbb{R}$. تحقّق من أن $0.7 < \alpha < 0.8$
٦) ارسم البيان (C) .
٧) a - برهن أن للدالة f دالة عكسية f^{-1} على المجال $]0, +\infty[$ وأوجد مجال الدالة f^{-1} .
 b- ارسم (C') بيان الدالة f^{-1} في نفس المستوي $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
 c- احسب، بدلالة α ، مساحة المنطقة المحصورة بين (C') و المحور x و المحور y.

الجزء C

لتكن h الدالة المعرفة على الشكل التالي: $h(x) = \arcsin\left(f^{-1}(x)\right)$.

برهن أن $\left[-2, e^{2} - 2e\right]$ هو مجال الدالة h.