عدد المسائل: خمس	مسابقة في مادة الرياضيات	الاسم:
	المدة: ساعتان	الرقم:

إرشادات عامة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات أو رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة.

I – (2,5 points)

On considère les trois nombres A, B et C tels que:

$A=\sqrt{18}-\sqrt{8}+\sqrt{50}$, $B=\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}$ et $C=\left(\sqrt{2}+1\right)^2+1$.

(On demande de faire apparaître les étapes de calcul)

1) Écrire A sous la forme $m\sqrt{2}$ où m est un entier.

2) Montrer que $B=\sqrt{2}-1$.

3) Écrire C sous la forme $n\sqrt{2}+p$ où n et p sont des entiers.

4) Montrer que $B\times A\times C$ est un entier.

II – (4 points)

1) On donne $P(x)=(2x+1)^2-2x^2-9x-4$

a. Vérifier que $(2x+1)(x+4)=2x^2+9x+4$.

b. Montrer que $P(x)$ = $(2x+1)(x-3)$.

c. Résoudre l'équation $P(x)=0$.

2) Soit $H(x)=\dfrac{P(x)}{4x^2-1}$.

a. Factoriser $4x^2-1$.

b. Pour quelles valeurs de x, $H(x)$ est-elle définie?

c. Simplifier $H(x)$.

3) Soit ABC un triangle rectangle en A tel que : $AB=x-3$ et $BC=2x-1$ *où* $x>3$.

a. Vérifier que $\sin \widehat{BCA}=H(x)$.

b. Peut-on trouver une valeur de x pour laquelle $\widehat{BCA}=30°$? Justifier.

III – (3 points)

1) Résoudre le système suivant : $\begin{cases} x+y=16 \\ 2x+3y=38 \end{cases}$

2) Le tableau suivant représente la distribution des jeux électroniques dans un magasin selon leurs prix :

Prix d'un jeu électronique (en LL)	3 000	4 000	5 000	6 000
Nombre de jeux électroniques	9	m	15	n

a. Le prix total de tous les jeux électroniques dans ce magasin est 178 000 LL.
Montrer que cette information se traduit par l'équation suivante : $2m+3n=38$.

b. Sachant que le nombre total des jeux électroniques dans ce magasin est 40. Calculer m et n.

3) On donne : $m=10$ et $n=6$.
Calculer la moyenne des prix de ces 40 jeux électroniques.

IV- (5,5 points)

Dans un repère orthonormé d'axes $x'Ox$ et $y'Oy$, on donne les points $A\left(0\,;-2\right)$, $B\left(-4\,;0\right)$ et $C\left(0\,;3\right)$.

1) a. Placer les points A, B et C.

b. Montrer que l'équation de la droite (AB) est $y=\frac{-1}{2}x-2$.

2) Montrer que le triangle ABC est isocèle de sommet principal C.

3) Soit H le point de coordonnées $\left(-2\,;-1\right)$.

a. Vérifier que H est le milieu de [AB].

b. Déterminer l'équation de la bissectrice de l'angle BCA.

4) a. Démontrer que les points B, H, O et C se trouvent sur un même cercle de centre $I\left(-2\,;\frac{3}{2}\right)$ et calculer son rayon.

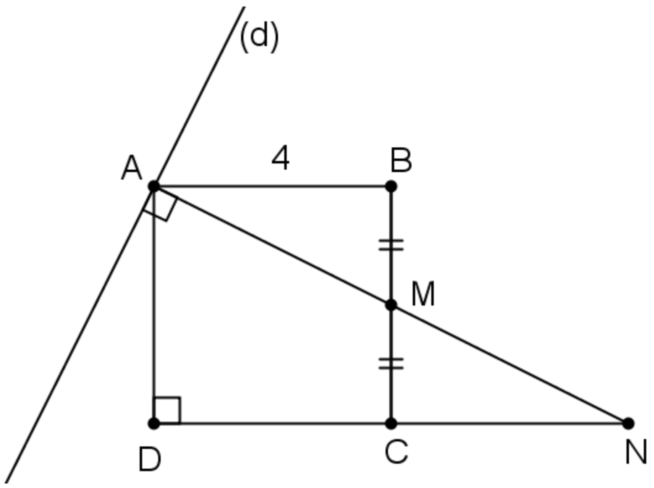
b. Montrer que (IH) est parallèle à l'axe $y'Oy$.

5) Soit K le point de coordonnées $\left(-2\,;0\right)$. Calculer l'aire du trapèze HACI.

V- (5 points)

Dans la figure ci-contre :

- ABCD est un carré de côté 4
- M est le milieu de [BC]
- (AM) coupe (DC) en N
- (d) est la perpendiculaire en A à (AM).



1) Reproduire la figure.

2) Calculer AM.

3) Calculer le rapport $\frac{NC}{ND}$, en déduire que C est le milieu de [DN].

4) Les droites (d) et (CD) se coupent en Q.

a. Montrer que $AQD = NAD$.

b. Montrer que les deux triangles DAQ et DNA sont semblables.

En déduire que $DQ \times DN = 16$.

c. Calculer DQ.

5) Montrer que le triangle AQM est un triangle rectangle isocèle en A.

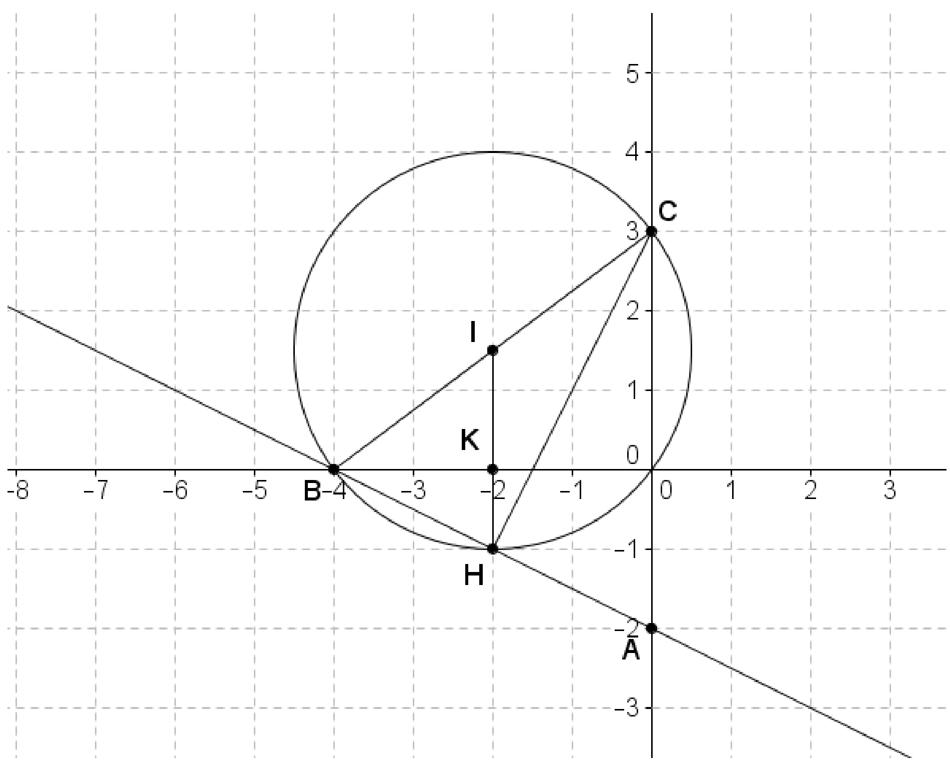
6) Soient (C) le cercle de diamètre [AQ] et L le translaté de Q par la translation de vecteur $\overrightarrow{AM}$.

Montrer que (LQ) est tangente au cercle (C).

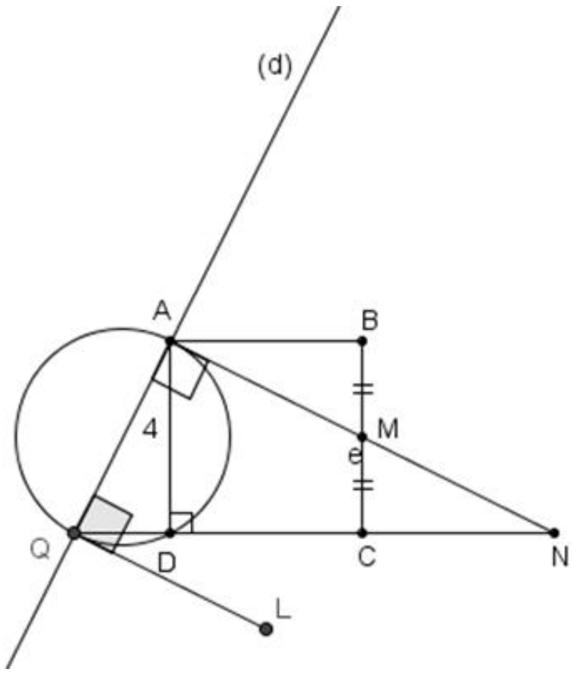
عدد المسائل: خمس | مسابقة في مادة الرياضيات | مشروع اسس التصحيح - فرنسي

Part.	Barème	Notes
	Question I	
1	$A = \sqrt{18} - \sqrt{8} + \sqrt{50}$ $A = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$. **0.25 + 0.25**	0.5
2	$B = \frac{1}{\sqrt{2}+1} \times \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2} - 1$. **0.25 + 0.5**	0.75
3	$C = \left(\sqrt{2}+1\right)^2 + 1 = 2 + 1 + 2\sqrt{2} + 1 = 4 + 2\sqrt{2}$ **0.5 + 0.25**	0.75
4	$B \times A \times C = (\sqrt{2}-1)(6\sqrt{2})(4+2\sqrt{2}) = 12(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2}) = 24$ **0.25 + 0.25**	0.5
	Question II	
1a	$(2x+1)(x+4) = 2x^2 + 8x + x + 4 = 2x^2 + 9x + 4$. **0.25 + 0.25**	0.5
1b	$P(x) = (2x+1)^2 - 2x^2 - 9x - 4$ $P(x) = (2x+1)^2 - (2x^2 + 9x + 4)$ **0.25** $P(x) = (2x+1)^2 - (2x+1)(x+4)$ $= (2x+1)[(2x+1) - (x+4)]$ **0.25** $= (2x+1)(x-3)$ **ou développement des deux membres. 0.25**	0.75
1c	$P(x) = 0$ $(2x+1)(x-3) = 0$ donne : $x = -\frac{1}{2}$ ou $x = 3$ **0.25 + 0.25**	0.5
2a	$4x^2 - 1 = (2x-1)(2x+1)$	0. 5
2b	$H(x) = \frac{P(x)}{4x^2-1} = \frac{(2x+1)(x-3)}{(2x-1)(2x+1)}$ $H(x)\ est\ definie\ si\ (2x-1)(2x+1) \neq 0$ $x \neq \frac{1}{2}$ et $x \neq -\frac{1}{2}$ **0.25 + 0.25**	0.5
2c	$H(x) = \frac{(2x+1)(x-3)}{(2x-1)(2x+1)} = \frac{x-3}{2x+1}$ **0.25**	0.25
3a	$\sin BCA = \frac{AB}{BC} = \frac{x-3}{2x-1}$ **0.25 + 0.25**	0.5
3b	$\sin 30^0 = \frac{x-3}{2x-1}$ $\frac{1}{2} = \frac{x-3}{2x-1}$ **0.25** 0 = 5 impossible **0.25**	0.5

Question III		
1	$\begin{cases} x+y=16 \\ 2x+3y=38 \end{cases}$ $x=10$; $y=6$ **0.5 + 0.5**	**1**
2a	$3000 \times 9 + 4000 \times m + 5000 \times 15 + 6000 \times n = 178\,000$ **0.5** $2m + 3n = 38$ **0.25**	**0.75**
2b	$9 + m + 15 + n = 40$ $m + n = 16$ **0.25** D’où le système: $\begin{cases} m+n=16 \\ 2m+3n=38 \end{cases}$ D’apres 1) m = 10 et n = 6. **0.5**	**0.75**
3	$\frac{178\,000}{40} = 4\,450$	**0.5**

Question IV		
1a		**0.5**

1b	$a_{(AB)} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0+2}{-4-0} = -\frac{1}{2}$ **0.5** $y = -\frac{1}{2}x + b$ $y_A = -\frac{1}{2}x_A + b$ $b = -2$ **0.25** D'où : $y = -\frac{1}{2}x - 2$	**0.75**
2	$CB = \sqrt{(-4-0)^2 + (0-3)^2} = 5$ **0.5** $CA = \sqrt{(0-0)^2 + (-2-3)^2} = 5$ **0.25** Donc CA = CB Par suite ABC est isocèle en C.	**0.75**
3a	$x_H = \frac{x_A + x_B}{2}$ $-2 = \frac{0-4}{2}$ $-2 = -2$ **0.25** $y_H = \frac{y_A + y_B}{2}$ $-1 = \frac{-2+0}{2}$ **0.25** $-1 = -1$ donc H est le milieu de [AB].	**0.5**
3b	La bissectrice est à la fois médiane donc c'est la droite (CH). $a_{(CH)} = \frac{y_H - y_C}{x_H - x_C} = 2$ **0.5** $y = 2x + b$ $y_H = 2x_H + b$ $b = 3$ **0.25** D'où : (CH): $y = 2x + 3$	**0.75**
4a	BOC et BHC sont deux triangles rectangles (car…..) alors ils sont inscrits dans un cercle de diamètre l'hypoténuse commune [BC]. Donc les quatres points B, H, O et C se trouvent sur un même cercle de centre I milieu de [BC]. **0.25** $x_I = \frac{x_B + x_c}{2}$ $-2 = \frac{-4+0}{2}$ $-2 = -2$ **0.25** $y_I = \frac{y_B + y_C}{2}$ $\frac{3}{2} = \frac{0+3}{2}$ $\frac{3}{2} = \frac{3}{2}$ **0.25** Rayon = $\frac{CB}{2} = \frac{5}{2}$. **0.25**	**1**
4b	On a : $x_I = x_H = -2$ donc : (IH) : $x = -2$ // y'oy **0.25 + 0.25**	**0.5**
5	**Aire** = $\frac{OK \times (IH+AC)}{2} = \frac{2\times(2{,}5+5)}{2} = \mathbf{7{,}5}$ **0.25+0.25+0.25**	**0.75**

	Question V	
1		**0.5**
2	AMB est un triangle rectangle. $AM^2 = AB^2 + BM^2 = 16 + 4 = 20$ (Pythagore) **0.25** $AM = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ **0.25**	**0.5**
3	On a (MC) // (AD) alors d'après le théorème de Thalès: $\frac{NC}{ND} = \frac{CM}{AD} = \frac{1}{2}$ **0.25 + 0.25** Alors ND = 2 NC donc C est le milieu de [DN]. **0.25**	**0.75**
4a	$\widehat{AQD} = \widehat{NAD}$ ayant même complément $\widehat{QAD}$	**0.25**
4b	Les deux triangles DAQ et DNA ont : $\widehat{AQD} = \widehat{NAD}$ (d.d) **0.25** $\widehat{ADQ} = \widehat{ADN} = 90^0$ **0.5** $\frac{DA}{DN} = \frac{DQ}{DA}$ (rapport de similitude) **0.5** $DN \times DQ = DA^2 = 4^2 = 16$ **0.25**	**1.5**
4c	DN = 8 car C est le milieu de [DN]. Donc $8 \times DQ = 16$ alors DQ = 2	**0.25**
5	Dans le triangle ADQ : $AQ^2 = AD^2 + DQ^2 = 16 + 4 = 20$ (Pythagore) $AQ = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ = AM Alors AMQ est isocèle. **0.5** De plus : $\widehat{QAM} = 90^0$ **0.25** Par suite : AMQ est rectangle isocèle en A.	**0.75**
6	$\overrightarrow{QL} = \overrightarrow{AM}$ donc MLQA est un parallélogramme ayant un angle droit donc c'est un rectangle par suite (QL) ⊥ (AQ) Alors (QL) est tangente au cercle (C).	**0.5**