عدد المسائل: أربع	مسابقة في مادة الرياضيات المدة: ساعتان	الاسم: الرقم:

ملاحظة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشّح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة).

I- (4 points)

Le tableau ci-dessous représente le nombre de passagers (en millions) d'un aéroport pour chaque année de 2014 à 2018.

Année	2014	2015	2016	2017	2018
Rang de l'année: x_i	4	5	6	7	8
Nombre de passagers (en millions): y_i	15	18	22	24	25

1) Représenter le nuage des points $(x_i\,;\,y_i)$ dans un repère orthogonal.
2) Calculer les coordonnées du point moyen $G\left(\bar{x}\,;\,\bar{y}\right)$ et placer G dans le repère précédent.
3) Calculer le coefficient de corrélation r et donner une interprétation à la valeur obtenue.
4) Déterminer une équation de la droite de régression $(D_{y/x})$, de y en fonction de x, et tracer $(D_{y/x})$ dans le repère précédent.
5) On suppose que le modèle précédent reste valable jusqu'à l'année 2023.
   a- Estimer le nombre de passagers en 2021.
   b- On suppose que le pourcentage d'augmentation du nombre de passagers de l'année 2018 jusqu'à une année à déterminer est 45,6 %. Déterminer cette année.

II- (4 points)

Une cafétéria vend seulement des desserts et du café.
Un client peut acheter un dessert, une tasse de café, les deux ou rien.
Dans cette cafétéria :

- 70 % des clients achètent de dessert et parmi eux 40 % achètent du café,
- parmi les clients qui n'achètent pas de dessert, 35 % n'achètent pas du café.

On interroge au hasard un client de cette cafétéria.
On considère les événements suivants :

D : « le client interrogé achète un dessert »,
C : « le client interrogé achète une tasse de café ».

1) a- Calculer les probabilités $P(C \cap D)$ et $P\left(C \cap \overline{D}\right)$.
   b- En déduire que $P(C) = 0,475$.
2) Un client n'achète pas de tasse de café. Calculer la probabilité que ce client n'ait pas acheté de dessert.
3) Dans cette cafétéria, le prix d'un dessert est 7 000 LL et le prix d'une tasse de café est 3 000 LL. On désigne par X la variable aléatoire égale à la somme payée par un client.
   a- Justifier que $P(X = 0) = 0,105$.
   b- Déterminer la loi de probabilité de X.
   c- Durant un certain jour, 500 clients sont entrés dans cette cafétéria. Estimer le revenu total durant ce jour.

III- (4 points)

Une entreprise fabrique un certain type d'objets.

A la fin de Janvier 2018, le coût mensuel total était 9 millions LL.

A la fin de chaque mois, le coût mensuel total subit une augmentation de 21% à laquelle s'ajoutent des frais fixes de 840 000 LL et il continue ainsi durant les mois suivants.

Pour tout entier naturel n non nul, on désigne par C_1 le coût mensuel total, en millions LL, à la fin du Janvier 2018 et par C_n le coût mensuel total, en millions LL, à la fin du nième mois.

Ainsi $C_1 = 9$ et $C_{n+1} = 1,21C_n + 0,84$.

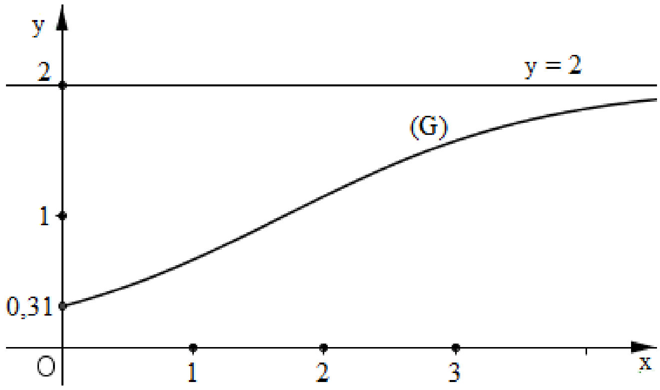
1) Calculer C_3. Interpréter le résultat obtenu.
2) On considère la suite (V_n) définie par $V_n = C_n + 4$.
   a- Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison q et le premier terme V_1.
   b- Montrer que $C_n = 13\times(1,21)^{n-1} - 4$.
   c- Montrer que la suite (C_n) est strictement croissante.
   d- Après combien de mois, le coût mensuel total dépassera-t-il, pour la première fois, 300 millions LL? Justifier.
3) Pour tout entier naturel n non nul, le revenu mensuel en millions LL de cette entreprise à la fin du nième mois est modélisé par $R_n = 100\times(1,07)^{n-1}$.
   L'entreprise réalisera-t-elle de profit à la fin de Juin 2019 ? Justifier.

IV- (8 points)

On considère la fonction f définie sur $[0\,;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{2}{2+e^{x-1}}$ et on désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

Partie A

1) a- Donner à 10^{-3} près les valeurs de f(0) et f(2).
   b- Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. Déduire une asymptote à (C).
2) a- Montrer que f est strictement décroissante.
   b- Dresser le tableau de variations de f.
3) On considère la fonction g définie sur $[0\,;+\infty[$ par
   $g(x) = \dfrac{2e^{x-1}}{2+e^{x-1}}$.
   La courbe représentative (G) de la fonction g et son asymptote sont données dans la figure ci-contre.
   a- Résoudre l'équation f(x) = g(x).
   b- Reproduire (G) et tracer (C) dans le même repère.



Partie B

Une entreprise produit un certain type d'objets.

La fonction de demande et la fonction d'offre sont modélisées respectivement par

$f(x) = \dfrac{2}{2+e^{x-1}}$ et $g(x) = \dfrac{2e^{x-1}}{2+e^{x-1}}$ où x est le prix unitaire exprimé en millions LL.

f(x) et g(x) sont exprimées en milliers d'objets avec $x \in]0\,;5]$.

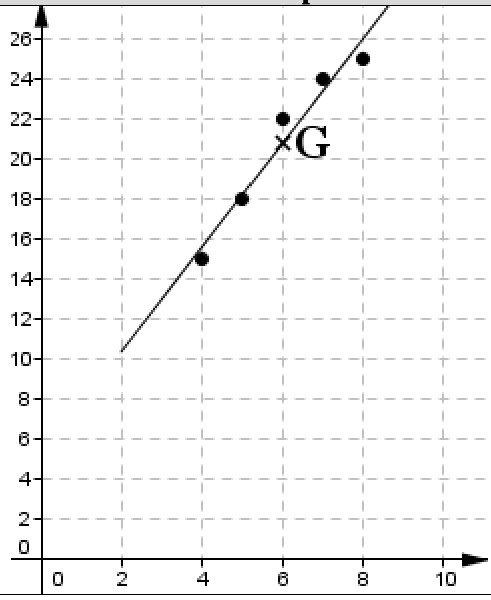
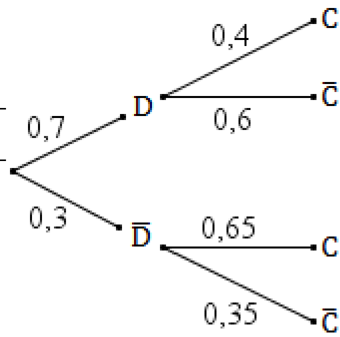
1) Calculer le nombre d'objets demandés pour un prix unitaire de 2 millions LL.
2) Calculer le prix unitaire pour une offre de 1000 objets.
3) Déterminer le prix d'équilibre.
4) On désigne par e(x) l'élasticité de la demande par rapport au prix unitaire x.
   a- Montrer que $e(x) = \dfrac{-xe^{x-1}}{2+e^{x-1}}$ et calculer $e(2)$.
   b- Si le prix unitaire de 2 millions LL augmente de 1 %, calculer alors le nombre d'objets demandés.

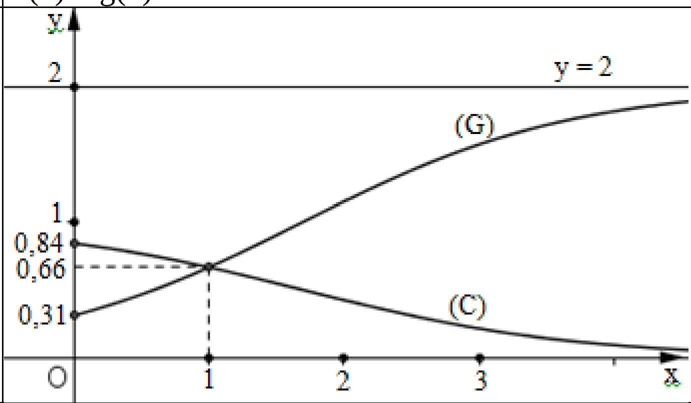
وزارة التربية والتعليم العالي
المديرية العامة للتربية
دائرة الامتحانات الرسمية

امتحانات الشهادة الثانوية العامة
فرع: الاجتماع والاقتصاد

دورة العام ٢٠١٩ العاديّة
الاثنين ٢٤ حزيران ٢٠١٩

أسس تصحيح مسابقة الرياضيات

Q.I	Eléments de réponses	4pts
1		1
2	$\overline{x} = 6$ et $\overline{y} = 20{,}8$ alors G(6 ; 20,8). Figure.	1
3	r = 0,977. Forte corrélation positive	1
4	y = bx+a = 2,6x + 5,2 Figure.	1,5
5a	x = 11, y = 2,6(11) + 5,2 = 33,8 en millions des passagers alors 33 800 000 passagers.	1
5b	$\frac{y-25}{25} = 0{,}456$; y = 25(0,456) + 25 = 36,4. 2,6x + 5,2 = 36,4 donne x = 12. C'est l'année 2022 **OU** En 2018, y = 25 donc y = $25\left(\frac{45{,}6}{100}\right)$ + 25 = 36,4 donc 2,6x + 5,2 = 36,4 alors x = 12. C'est l'année 2022.	1,5
Q.II	**Eléments de réponses**	**4pts**
1a	$P(C \cap D) = P(D).P\left(C/D\right) = 0{,}7 \times 0{,}4 = 0{,}28$ $P\left(C \cap \overline{D}\right) = P(\overline{D}).P\left(C/\overline{D}\right) = 0{,}3 \times 0{,}65 = 0{,}195$ 	1
1b	$P(C) = P(C \cap D) + P\left(C \cap \overline{D}\right) = 0{,}475$	1
2	$P\left(\overline{D}/\overline{C}\right) = \frac{P\left(\overline{C} \cap \overline{D}\right)}{P\left(\overline{C}\right)} = \frac{P\left(\overline{D}\right) - P\left(\overline{D} \cap C\right)}{1 - 0{,}475} = \frac{0{,}3 - 0{,}195}{0{,}525} = 0{,}2$ **OU** $P\left(\overline{D}/\overline{C}\right) = \frac{P\left(\overline{C} \cap \overline{D}\right)}{P\left(\overline{C}\right)} = \frac{P\left(\overline{D}\right) \times P\left(\overline{C}/\overline{D}\right)}{1 - P(C)} = \frac{0{,}3 \times 0{,}35}{0{,}525} = 0{,}2$	1,5
3a	$P(X = 0) = P\left(\overline{C} \cap \overline{D}\right) = 0{,}3 \times 0{,}35 = 0{,}105$	0,5
3b	Les valeurs possibles de X sont : 0, 3000, 7000, 10 000 P(X = 0) = 0,105 $P(X = 3000) = P\left(C \cap \overline{D}\right) = 0{,}195$ $P(X = 7000) = P\left(D \cap \overline{C}\right) = 0{,}7 \times 0{,}6 = 0{,}42$ $P(X = 10\,000) = P(C \cap D) = 0{,}28$	2
3c	E(X) = 6325 LL ; 500 × 6325 = 3 162 500 Alors le revenu total est environ 3 162 500 LL	1

<table>
<tr><th>Q.III</th><th>Eléments de réponses</th><th>6pts</th></tr>
<tr><td>1</td><td>$C_2 = C_1(1,21) + 0,84 = 11,73$
$C_3 = C_2(1,21) + 0,84 = 15,0333$ donc le coût à la fin du Mars 2018 est 15 033 300 LL</td><td>1</td></tr>
<tr><td>2a</td><td>$V_{n+1} = C_{n+1} + 4 = 1,21(C_n + 4) = 1,21V_n$
(V_n) est une suite géométrique de raison $q = 1,21$ et de premier terme
$V_1 = C_1 + 4 = 13$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>2b</td><td>$V_n = V_1 \times q^{n-1} = 13\times(1,21)^{n-1}$ alors $C_n = V_n - 4 = 13\times(1,21)^{n-1} - 4$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>2c</td><td>$C_{n+1} - C_n = ... = 13\times(1,21)^{n-1}(1,21-1) = 2,73\times(1,21)^{n-1} > 0$
Alors (C_n) est strictement croissante</td><td>1</td></tr>
<tr><td>2d</td><td>$C_n > 300$ donc $13\times(1,21)^{n-1} - 4 > 300$; $n - 1 > \dfrac{\ln\left(\dfrac{304}{13}\right)}{\ln(1,21)}$; $n > 17,53$ alors n = 18.</td><td>1</td></tr>
<tr><td>3</td><td>$R_n = 100(1.07)^{n-1}$ then $R_{18} = 100(1.07)^{17} = 315.88$
$C_{18} = 13(1.21)^{17} - 4 = 328.119$
Profit = $R_{18} - C_{18} = -12.239 < 0$ alors l'entreprise ne réalisera pas un profit.</td><td>2</td></tr>
<tr><th>Q.IV</th><th>Eléments de réponses</th><th>14pts</th></tr>
<tr><td>A1a</td><td>f(0) = 0,845 ; f(2) = 0,424</td><td>1</td></tr>
<tr><td>A1b</td><td>$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$ donc y = 0 AH</td><td>1</td></tr>
<tr><td>A2a</td><td>$f'(x) = \dfrac{-2e^{x-1}}{(e^{x-1}+2)^2} < 0$ donc f est strictement décroissante.</td><td>1</td></tr>
<tr><td>A2b</td><td><table><tr><td>x</td><td>0   +∞</td></tr><tr><td>f '(x)</td><td>–</td></tr><tr><td>f(x)</td><td>0,845 $\searrow$ 0</td></tr></table></td><td>1,5</td></tr>
<tr><td>A3a</td><td>f(x) = g(x) donc $2 = 2e^{x-1}$ alors x = 1.</td><td>1</td></tr>
<tr><td>A3b</td><td>
</td><td>2</td></tr>
<tr><td>B1</td><td>f(2) = 0,423 en milliers des objets donc 423 objets.</td><td>1</td></tr>
<tr><td>B2</td><td>g(x) = 1 donc $2e^{x-1} = e^{x-1} + 2$ alors x = 1 + ln2 ≅ 1,693 en millions LL.</td><td>1,5</td></tr>
<tr><td>B3</td><td>f(x) = g(x) donc x = 1 alors 1 000 000 LL.</td><td>1</td></tr>
<tr><td>B4a</td><td>$e(x) = x\dfrac{f'(x)}{f(x)} = \dfrac{-xe^{x-1}}{e^{x-1}+2}$
e(2) = –1,15</td><td>1,5</td></tr>
<tr><td>B4b</td><td>f(2) – (0,0115) × f(2) = 0,423 – (0,0115) × 0,423 ≅ 0,418 donc 418 objets
OU f(2,02) ≅ 0,419 donc 419 objets</td><td>1,5</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>