عدد المسائل: اربع — **مسابقة في مادة الرياضيات**
المدة: ساعتان

ملاحظة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشّح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة).

مسابقة في مادة الرياضيات

المدة: ساعتان

باللغة العربية

الاسم : .....

الرقم : .....

I- (أربع علامات)

يبيّن الجدول ادناه ولكل سنة عدد المسافرين ، **بالملايين** ، في احد المطارات من **سنة 2014** الى **سنة 2018** .

السّنة	2014	2015	2016	2017	2018
رتبة السنة: (x_i)	4	5	6	7	8
عدد المسافرين (بالملايين): (y_i)	15	18	22	24	25

١) **ارسم** تشتّت النّقاط العائد للتّوزيع (x_i, y_i) في المستوي الإحداثي المتعامد .

٢) - **أوجد** إحداثيّات مركز الثّقل $G(\bar{x}, \bar{y})$

- **ارسم** G في المستوي الاحداثي السابق.

٣) - **أحسب** معامل الارتباط r .

- **اعطِ** تفسيراً للقيمة التي تم احتسابها.

٤) - **اكتب** معادلة الانحدار الخطّي $(D_{y/x})$ للمتغيّر y بدلالة x.

- **ارسم** المستقيم $(D_{y/x})$ في المستوي الإحداثي السّابق.

٥) لنفرض أن النّموذج المعطى في الجدول أعلاه يستمرّ صالحًا لغاية سنة 2023.

a- قدّر عدد المسافرين في هذا المطار سنة 2021.

b- قدّر نسبة الزّيادة في عدد المسافرين من سنة 2018 الى سنة 2022.

II- (أربع علامات)

يبيع احد المقاهي قطع حلوى وفناجين قهوة فقط.

يمكن للزّبون شراء **قطعة حلوى واحدة ، فنجان واحد من القهوة ، كلاهما** أو **ان لا يشتري أيًّا منهما**.

في هذا المقهى:

- 70% من الزّبائن **اشتروا قطع حلوى**، من بين هؤلاء 40% **اشتروا القهوة.**
- **من بين** الزّبائن الّذين **لم يشتروا قطع حلوى**، 35% **لم يشتروا القهوة**.

تمّ عشوائيًّا **اختيار واحد** من زبائن هذا المقهى ومقابلته.

لتكن الاحتمالات الآتية:

D: "الزّبون الّذي تمّت مقابلته **اشترى قطعة حلوى**".

C: "الزّبون الّذي تمّت مقابلته اشترى **فنجان قهوة**".

١) a- **احسب** الاحتمالين $P(C\cap D)$ وَ $P(C\cap \bar{D})$.

b- **استنتج** أنّ $P(C) = 0.475$.

٢) **لم يشترِ أحد الزّبائن فنجانا من القهوة**.

احسب احتمال أن لا يشترِ هذا الزّبون قطعة حلوى.

٣) في هذا المقهى:

- سعر قطعة الحلوى 7000 LL.
- سعر فنجان القهوة 3000 LL.

ليكن X **المتغيّر العشوائي الّذي يساوي مجموع ما يدفعه الزّبون.**

a- تحقّق أنّ القيم الاربعة الممكنة للمتغيّر X هي: 0 و 3000 و 7000 و 10 000

b- برّر أنّ $P(X = 0) = 0.105$.

c- حدّد التّوزّع الاحتمالي للمتغيّر X.

d- خلال احد الايّام، **قصد 500 شخص هذا المقهى** .

قدّر مدخول المقهى في ذلك اليوم.

III- (أربع علامات)

تنتج احدى الشّركات سلعة من نوعٍ معيّن.

عند نهاية شهر كانون الثاني من العام 2018 ، كانت الكلفة الشّهرية الاجماليّة **9 ملايين LL.**

عند نهاية كل شهر ،ولكل الاشهر التّي تلي:

تتلقّى الكلفة الشّهرية الاجماليّة:

- **زيادة بنسبة** 21%
- **مصاريف إضافيّة قيمتها 840 000 LL**

لكل عدد صحيح $n > 0$ ، نرمز:

- **بالحرف** C_1 **للكلفة الشّهريّة الاجماليّة،** بملايين اللّيرات اللّبنانيّة **عند نهاية شهر كانون الثاني 2018.**
- **بالحرف** C_n **للكلفة الشّهريّة الاجماليّة،** بملايين اللّيرات اللّبنانيّة، **عند نهاية الشّهر n.**

لذا $C_1 = 9$ وَ $C_{n+1} = 1.21C_n + 0.84$.

١) - احسب C_3 .

- **ما هي الكلفة الشّهريّة الاجماليّة** عند نهاية شهر اذار 2018؟

٢) لتكن **(V_n) المتتالية** المعرّفة بـِ $V_n = C_n + 4$.

a-**برهن أنّ** (V_n) هي متتالية هندسيّة نسبتها المشتركة $r = 1.21$.

- **أوجد** الحدّ الأوّل V_1 لهذه المتتالية (V_n).

b- **برهن أن** $C_n = 13 \times (1.21)^n - 4$.

c- **احسب** $C_{n+1} - C_n$ بدلالة n.

- **استنتج أن** (C_n) هي متتالية متزايدة تماماً.

d-**احسب** n إذا كان $C_n > 300$

٣) لكل عدد صحيح $n > 0$ ، تمّت عند نهاية الشّهر n نمذجة ايرادات الشّركة R_n بملايين اللّيرات اللّبنانيّة كما يلي: $R_n = 100 \times (1.07)^n$.

- **عبّر عن الرّبح** P_n بدلالة n.
- هل تحقّق الشّركة **ربحا** عند نهاية شهر حزيران من العام 2019؟

IV- (ثمان علامات)

لتكن الدّالّة f المعرّفة على الفترة $]0 , +\infty[$ بـ $f(x)=\frac{2}{2+e^{x-1}}$. نرمز بالحرف (C) لبيان الدّالّة في المستوي الإحداثي العائد للنظام $(O;\vec{i},\vec{j})$

القسم الأوّل

١) a- **احسب** $f(0)$ و $f(2)$. قرّب الاجابات الى 10^{-3}.

b- **اوجد** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

- **استنتج** مقاربًا للبيان (C).

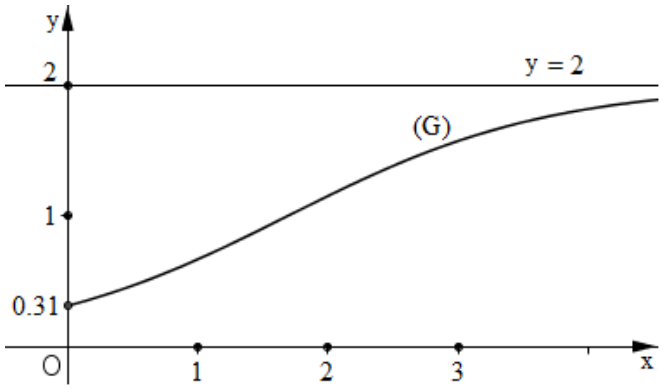
٢) a- **احسب** $f'(x)$

- **برهن** أنّ f هي دالّة متناقصة تماما.

b- **ارسم** جدول التغيّرات للدّالّة f.

٣) لتكن الدّالّة g المعرّفة على الفترة $]0 , +\infty[$ بـ $g(x)=\frac{2e^{x-1}}{2+e^{x-1}}$.

في الرّسم ادناه الرّسم البياني (G) للدّالّة g مع مقاربه.



a- **حلّ** المعادلة $f(x) = g(x)$.

b- **انسخ على ورقة الاجابة (G)**

- **ارسم** (C) على نفس المستوي الاحداثي.

القسم الثاني

ينتج مصنعًا سلعة من نوعٍ معيّن.

تمثّل $f(x)=\frac{2}{2+e^{x-1}}$ دالّة الطلب بآلاف السّلع.

تمثّل $g(x)=\frac{2e^{x-1}}{2+e^{x-1}}$ دالّة العرض بآلاف السّلع.

حيث أن **x** تمثّل سعر الوحدة بملايين اللّيرات اللّبنانيّة مع $x\in[0,5[$.

١) **احسب** عدد السّلع المطلوبة إذا كان سعر الوحدة 2 مليون ليرة لبنانيّة.

٢) **احسب** سعر الوحدة عند عرض 1000 سلعة.

٣) **حدّد** سعر التّوازن.

٤) نرمز بـ $E(x)$ إلى مرونة الطّلب نسبة لسعر الوحدة x.

a- **برهن أن** $E(x)=\frac{xe^{x-1}}{2+e^{x-1}}$.

– **احسب** $E(2)$.

b-إذا كان سعر الوحدة 2 مليون ليرة لبنانيّة، وتزايد بقيمة 1 % ،

احسب عدد السّلع المطلوبة.