وزارة التربية والتعليم العالي المديريّـة العامة للتربية دائرة الامتحانات الرسمية	امتحانات الشهادة الثانوية العامة فرع: علوم الحياة	دورة العام ٢٠١٩ العاديّة الثلاثاء ١٨ حزيران ٢٠١٩ مكيفة

عدد المسائل: اربع	مسابقة في مادة الرياضيات المدة: ساعتان

ملاحظة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشّح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة).

مسابقة في مادة الرياضيات

المدة: ساعتان

(باللغة الفرنسيّة)

الاسم: ....

الرقم: ....

I- (4 points)

Dans l’espace rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$, on donne :

- les points **A(4 ; 1 ; 4), B(1 ; 0 ; 1), E(3 ; –1 ; 1)**
- le plan **(P)** d’équation **x + 2y + 3z – 4 = 0.**

1) - **Montrer** que **(AE)** est perpendiculaire au plan **(P).**

   - **Vérifier** que le point **E** est un point du plan **(P).**

2) **a- Déterminer** une équation du plan **(Q)** déterminé par les points **A**, **B** et **E**.

   b- Vérifier que les plans **(P)** et **(Q)** sont perpendiculaires.

3) Soit **(d)** la droite d’intersection de **(P)** et **(Q).**

   Montrer qu’un système d’équations paramétriques

   de **(d)** est $\begin{cases} x = -2t + 1 \\ y = t \\ z = 1 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

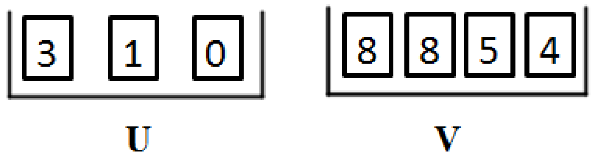
4) On considère dans le plan **(P)** le cercle **(C)** de centre **E** et de rayon $\sqrt{5}$.

   Montrer que la droite (d) coupe le cercle (C) en deux points dont on **déterminera** les coordonnées.

II- (4 points)

On dispose de deux urnes **U** et **V** :

- **U** contient trois cartes portant les numéros **3**, **1** et **0**
- **V** contient quatre cartes portant les numéros **8**, **8**, **5** et **4**



On tire au hasard une carte de l'urne **U** :

- Si la carte tirée porte le numéro **0**, on tire simultanément et au hasard deux cartes de l'urne **V** ;
- Si la carte tirée ne porte pas le numéro **0**, on tire simultanément et au hasard trois cartes de l'urne **V**.

On considère les évènements suivants :

A : « La carte tirée de l'urne **U** porte le numéro **0** »

S : « La somme des numéros portés par les cartes tirées de l'urne **V** est paire »

1) **a- Vérifier** que la probabilité $P(S / A) = \frac{1}{2}$

b- Calculer la probabilité $P(S \cap A)$.

c- Vérifier que $P(S \cap \overline{A}) = \frac{1}{6}$.

d- Calculer $P(S)$.

2) La somme des numéros portés par les cartes tirées de **V** est paire.
Calculer la probabilité que la carte tirée de l'urne **U** ne porte pas le numéro $\mathbf{0}$.

3) Soit **X** la variable aléatoire égale **<u>au produit des numéros portés</u>** par les cartes tirées des urnes **U** et **V**.

a- Calculer $P(X = 0)$.

b- Déduire $P(X \leq 160)$.

III- (4 points)

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$,

on considère les points **M** et **M'** d'affixes respectives **z** et **z'** tel que $\mathbf{z' = (1 + i)\,\bar{z}}$.

1) Dans cette partie, on donne $\boldsymbol{z = e^{i\frac{\pi}{3}}}$**.**

a- Ecrire z' sous forme exponentielle.

b- Vérifier que $(z')^6$ est imaginaire pur.

2) a- Montrer que $|z'| = \sqrt{2}\,|z|$.

b- En **déduire** que, si **M** varie sur le cercle de centre **O** et de rayon $\sqrt{2}$, alors **M'** varie sur un cercle dont on précisera le centre et le rayon.

3) On pose **z = x + iy** et **z' = x' + iy'** où **x , y , x'** et **y'** sont des nombres réels.

a- Vérifier que **x' = x + y** et que **y' = x - y**.

b- Pour tout $\mathbf{z \neq 0}$, on note par **N** le point d'affixe $\bar{z}$.

Démontrer que le triangle ONM' est rectangle isocèle de sommet principal **N**.

IV- (8 points)

On considère la fonction **f** définie sur $]0;+\infty[$ par $\mathbf{f(x) = 2x(1 - \ln x)}$.

On note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) **Déterminer** $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) **a-** Soit **A** le point d'intersection de (C) avec l'axe des abscisses.

Déterminer les coordonnées de **A**.

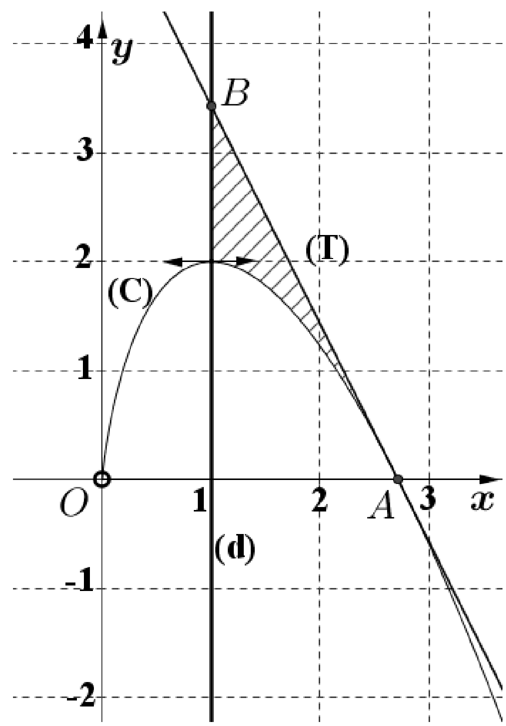
b- Montrer que $f'(x) = -2\ln x$

c- Dresser le tableau de variations de **f**.

d- Déterminer une équation de la tangente **(T)** en **A** à (C)**.**

Dans la figure ci-contre :

- **(C)** est la courbe représentative de **f.**
- **(T)** est la tangente en **A** à **(C)**.
- **(d)** est la droite d'équation **x = 1**
- **B (1 ; 2e – 2)** est le point d'intersection de **(d)** et **(T).**



3) **a- Montrer** que la fonction f admet sur $]1;+\infty[$ une fonction réciproque **g**.

b- Déterminer le domaine de définition de **g.**

c- Dresser le tableau de variation de **g.**

On note par (C') sa courbe représentative.

d- Recopier (C) puis tracer (C') dans le même repère.

4) Soit **(d)** la droite d'équation $x=1$ et soit $B(1\,;\,2e-2)$ le point d'intersection de **(d)** et **(T).**

a- En utilisant une intégration par partie, **vérifier que**

$$\int x\ln(x)\,dx=\frac{x^2}{2}\ln x-\frac{x^2}{4}+c.$$

b- Montrer que $\int_1^e f(x)dx=\frac{e^2-3}{2}$

c- Calculer l'aire du domaine hachuré délimité par (C), la tangente **(T)** et la droite **(d).**