وزارة التربية والتعليم العالي
المديريّـة العامة للتربية
دائرة الامتحانات الرسمية

امتحانات الشهادة الثانوية العامة
فرع: الإجتماع والإقتصاد

دورة العام 2019 العاديّة
الاثنين 24 حزيران 2019
مكيّفة

عدد المسائل: اربع

مسابقة في مادة الرياضيات
المدة: ساعتان

ملاحظة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشّح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة).

مسابقة في مادة الرياضيات

المدة: ساعتان

باللغة الفرنسيّة

الاسم : ....

الرقم : ....

I- (4 points)

Le tableau ci-dessous représente pour chaque année le nombre, **en millions**, de passagers d'un aéroport de **l'année 2014** jusqu'à **l'année 2018**.

Année	**2014**	**2015**	**2016**	**2017**	**2018**
Rang de l'année: x_i	4	5	6	7	8
Nombre de passagers (en millions): y_i	15	18	22	24	25

1)Représenter le nuage des points (x_i ; y_i) dans un repère orthogonal.

2)-Calculer les coordonnées du point moyen $G(\bar{x}\ ;\bar{y})$.

-**Placer** G dans le repère précédent.

3)- Calculer le coefficient de corrélation r.

- **Donner** une interprétation à la valeur obtenue.

4)- Déterminer une équation de la droite de régression ($D_{y/x}$), de y en fonction de x.

- **Tracer** la droite ($D_{y/x}$) dans le repère précédent.

5)On suppose que le modèle précédent reste valable jusqu'à l'année 2023.

a-**Estimer** le nombre de passagers en 2021.

b-**Estimer** le pourcentage d'augmentation du nombre de passagers de l'année 2018 jusqu'à l'année 2022.

II- (4 points)

Une cafétéria vend seulement des desserts et du café.

Un client peut acheter **un dessert**, **une tasse de café**, **les deux** ou **rien**.

Dans cette cafétéria :

- **70%** des clients **achètent de dessert** et parmi eux **40% achètent du café**,
- **parmi** les clients qui **n'achètent pas de dessert, 35% n'achètent pas du café.**

On interroge au hasard **un client** de cette cafétéria.

On considère les événements suivants :

D : « le client interrogé **achète un dessert** »,

C : « le client interrogé **achète une tasse de café** ».

1)a- **Calculer** les probabilités $P(C \cap D)$ et $P\left(C \cap \bar{D}\right)$.

b- En **déduire** que $P\left(C\right) = 0,475$.

2)**Un client n'achète pas de tasse de café**.

Calculer la probabilité que ce client n'ait pas acheté de dessert.

3)Dans cette cafétéria :

- le prix d'un dessert est $7\,000$ LL
- le prix d'une tasse de café est $3\,000$ LL.

On désigne par **X la variable aléatoire égale à la somme payée par un client.**

a- **Vérifier que** les quatre valeurs possibles de X sont :

0 ; 3 000 ; 7 000 ; 10 000.

b- **Justifier** que P ($X = 0$) = 0,105.

c- **Déterminer** la loi de probabilité de X.

d- Durant un certain jour, **500 clients sont entrés** dans cette cafétéria.

Estimer le revenu total durant ce jour.

III-(4 points)

Une entreprise fabrique un certain type d'objets.

A la fin de Janvier 2018, le coût mensuel total était **9 millions** LL.

A la fin de chaque mois, et ainsi durant les mois suivants,

le coût mensuel total subit :

- **une augmentation de 21%**
- **une somme fixe de 840 000 LL**

Pour tout entier naturel n non nul, on désigne par :

- **C_1 le coût mensuel total**, en millions LL**, à la fin du Janvier 2018**.
- **C_n** le **coût mensuel total**, en millions LL, **à la fin du nième mois**.

Ainsi $C_1 = 9$ et $C_{n+1} = 1,21C_n + 0,84$.

1)- Calculer C_3.

- Quel est le coût mensuel total à la fin du mois de mars 2018**?**

2)On considère la **suite (V_n)** définie par $V_n = C_n + 4$.

a-**Montrer** que (V_n) est une suite géométrique de raison q=1,21.

-Déterminer le premier terme V_1 de cette suite (V_n).

b-**Montrer** que $C_n = 13\times(1,21)^{n-1} - 4$.

c-**Calculer** $C_{n+1} - C_n$ en fonction de n.

-Déduire que la suite (C_n) est strictement croissante.

d-**Calculer** n tel que $C_n > 300$.

3)Pour tout entier naturel n non nul, le revenu mensuel, en millions LL, de cette entreprise à la fin du nième mois est modélisé par

$R_n = 100\times(1,07)^{n-1}$.

- **Exprimer le profit** P_n en fonction de n.
- L'entreprise réalisera-t-elle **de profit** à la fin de Juin 2019 ?

IV- (8 points)

On considère la fonction f définie sur $[0\ ;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{2}{2+e^{x-1}}$ et on désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

Partie A

1)a- **Donner** à 10^{-3} près les valeurs de f(0) et f(2).

b- **Déterminer** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

- **Déduire** une asymptote à (C).

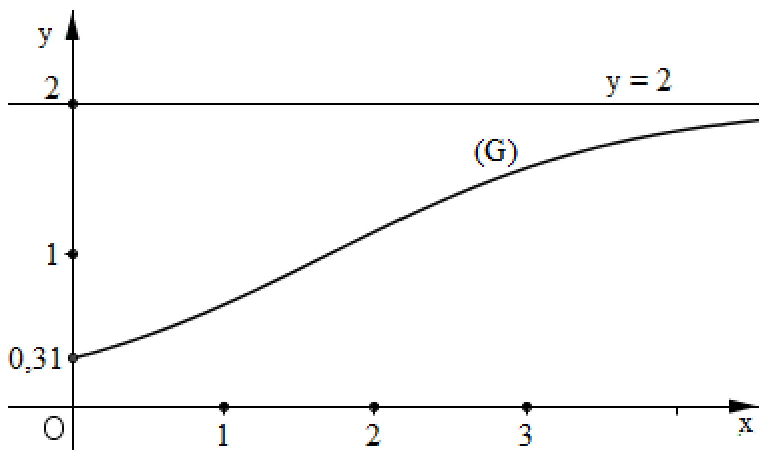
2)a- **Calculer** $f'(x)$.

- **Montrer** que f est strictement décroissante.

b - **Dresser** le tableau de variations de f.

3)On considère la fonction g définie sur $[0\ ;+\infty[$ par $g(x)=\dfrac{2e^{x-1}}{2+e^{x-1}}$.

La courbe représentative (G) de la fonction g et son asymptote sont données dans la figure ci-dessous.



a- **Résoudre** l'équation f(x) = g(x).

b- **Reproduire** (G).

- **Tracer** (C) dans le même repère.

Partie B

Une entreprise produit un certain type d'objets.

La fonction de demande est modélisée par :

$f(x) = \dfrac{2}{2+e^{x-1}}$ et exprimée en milliers d'objets.

La fonction d'offre est modélisée par :

$g(x) = \dfrac{2e^{x-1}}{2+e^{x-1}}$ et exprimée en milliers d'objets.

x est le prix unitaire exprimé en millions LL avec $x \in]0\,;5]$.

1) **Calculer** le nombre d'objets demandés pour un prix unitaire de 2 millions LL.

2) **Calculer** le prix unitaire pour une offre de 1000 objets.

3) **Déterminer** le prix d'équilibre.

4) On désigne par e(x) l'élasticité de la demande par rapport au prix unitaire x.

a- **Montrer que** $e(x) = \dfrac{-xe^{x-1}}{2+e^{x-1}}$.

- **Calculer** $e(2)$.

b- Si le prix unitaire de 2 millions LL augmente de 1%,

calculer alors le nombre d'objets demandés.