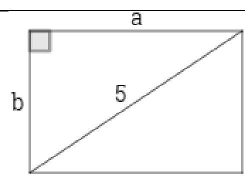
المادة: رياضيات – لغة فرنسية الشهادة: المتوسطة نموذج رقم: 2 / 2019 المدّة: ساعتان	الهيئة الأكاديميّة المشتركة قسم: الرياضيات	المركز التربوي للبحوث والإنماء

ملاحظة: يُسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات أو رسم البيانات.
يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة).

I- (3 points)

Dans le tableau suivant, **une seule réponse** proposée de chaque question est correcte.
Ecrire le numéro de chaque question et donner, **avec justification**, la réponse correspondante.

Nº	Questions	Réponses A	Réponses B	Réponses C
1)	Si $a = 3\sqrt{3} + 2\sqrt{7}$ alors $\frac{1}{a} =$	$2\sqrt{7} - 3\sqrt{3}$	$3\sqrt{3} - 2\sqrt{7}$	$-3\sqrt{3} - 2\sqrt{7}$
2)	x et y sont deux nombres réels tels que $x > y > 0$. Si $B = \frac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{x}} \times \frac{\sqrt{x^2 - xy}}{\sqrt{x^2 - y^2}}$ alors la forme simple de B est	$y\sqrt{x}$	$x\sqrt{y}$	1
3)	Les deux nombres positifs a et b représentent la longueur et la largeur du rectangle dont la longueur de la diagonale est égale à 5.  Si l'aire du rectangle est 12, alors $(a + b)^2 =$	5	25	49
4)	Dans une classe, il y a 15 garçons et 10 filles. 40% des garçons et 20% des filles participent à une activité. Le pourcentage des élèves qui participent à cette activité est	60%	50%	32%

II- (3 points)

On donne $A(x) = \frac{x^2}{9} - \frac{2x}{3} + 1 - (3 - x)^2$.

1) Développer $\left(\frac{x}{3} - 1\right)^2$ et montrer que $A(x) = \frac{-8(x-3)^2}{9}$

2) Soit $F(x) = \frac{A(x)}{\frac{x^2}{9} - 1}$

   a. Pour quelles valeurs de x, l'expression F(x) n'est pas définie ?

   b. Simplifier F(x).

III- (3 points)

Jad et Mazen achètent des téléphones de type A et de type B.
Le tableau suivant indique la quantité achetée de chaque type et la somme payée en LL.

	Nombre de téléphones de type A	Nombre de téléphone de type B	Montant total payé en LL
Jad	3	2	3 000 000
Mazen	2	3	3 250 000

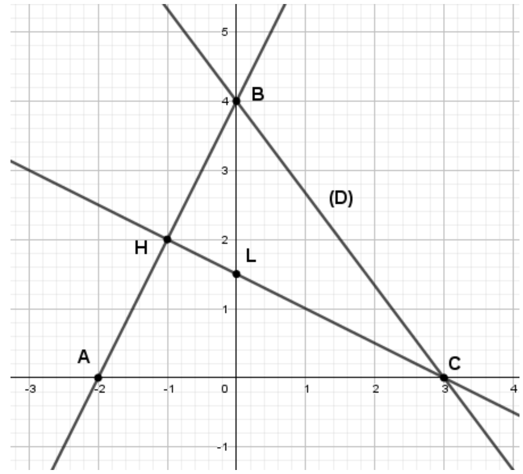
1) Vérifier que le prix d'un téléphone de type A est 500 000 LL et celui de type B est 750 000 LL.

2) Lors du mois des soldes, le prix du téléphone de type A subit une réduction de 20%, et celui de type B une réduction de 30%. Lynne a acheté 7 téléphones et elle a payé 3 300 000 LL.
   Trouver le nombre de téléphones de chaque type acheté par Lynne.

IV- (5,5 points)

Dans un repère orthonormé d'axes x'Ox et y'Oy, on donne les points $A(-2\,;0)$ et $B(0\,;4)$ et la droite (D) d'équation $y=-\frac{4}{3}x+4$.

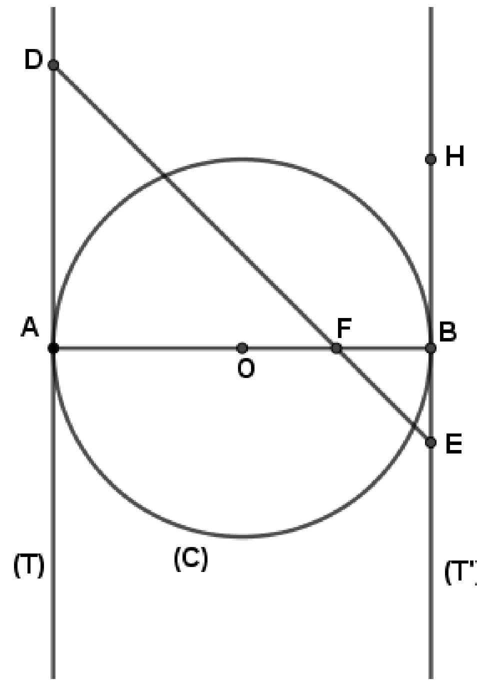
La droite (D) coupe x'Ox en un point C.



1) **a.** Calculer les coordonnées du point C.
   b. Vérifier, par le calcul, que B est un point de (D).
2) Soit H le projeté orthogonal de C sur (AB).
   a. Montrer que le triangle ABC est isocèle de sommet C.
   b. Vérifier que les coordonnées du point H sont$(-1\,;2)$.
3) (CH) coupe y'Oy en un point L.
   a. Écrire une équation de la droite (CH).
   b. Calculer les coordonnées du point L.
4)
   a. Montrer que les deux triangles OLC et HBC sont semblables et écrire leur rapport de similitude.
   b. Déduire la longueur du segment [CL].
5) Calculer tan $\widehat{OCL}$, en déduire la mesure arrondie au degré près, de l'angle $\widehat{ABC}$.

V- (5,5 points)

Dans la figure ci-contre, on a :



- (C) est le cercle de centre O et de rayon 4
- [AB] est un diamètre de (C)
- (T) est la tangente à (C) en A
- D est un point de (T) tel que AD = 6
- (T') est la tangente à (C) en B
- E est un point de (T'), tel que BE = 2
- [DE] coupe [AB] en F.

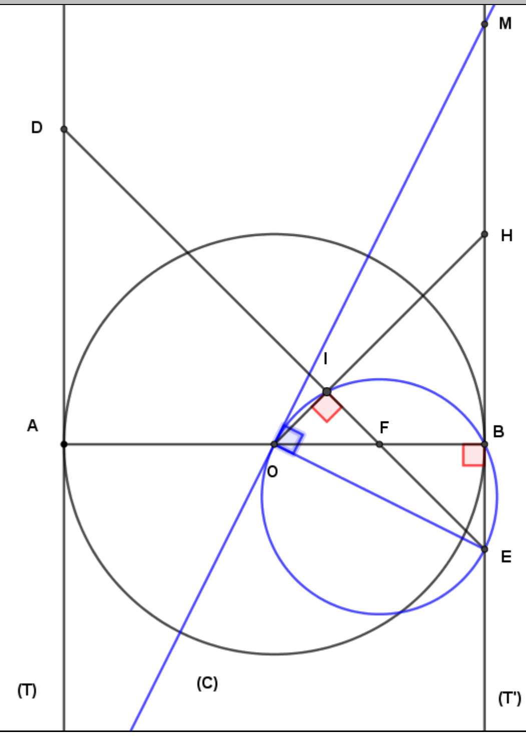
1) Trace la figure.
2) Montrer que $\frac{FB}{FA}=\frac{1}{3}$
3) Vérifier que FB = 2.
4) Montrer que $\widehat{AFD}=45^{\circ}$.
5) Soit H un point de la droite (T') tel que OBH est un triangle rectangle isocèle.
   Les deux segments [OH] et [DF] se coupent en un point I.
   Montrer que $\widehat{OIF}=90°$.
6) **a.** Montrer que les quatres points O, I, B et E appartiennent à un même cercle (C') dont on déterminera un diamètre.
   b. Calculer le rayon du cercle (C').
7) Soit M le symétrique de B par rapport à H.
   a. Vérifier que $OM=4\sqrt{5}$.
   b. Montrer que la droite (OM) est tangente au cercle (C').

المركز التربوي للبحوث والإنماء	الهيئة الأكاديميّة المشتركة قسم: الرياضيات	المادة: رياضيات – لغة فرنسية الشهادة: المتوسطة الصف التاسع نموذج رقم: 2 / 2019 المدّة: ساعتان

أسس التصحيح

	Question I	Note
1	$\frac{1}{(3\sqrt{3}+2\sqrt{7})} = 2\sqrt{7} - 3\sqrt{3}$ donc la réponse est (A)	**0,75**
2	$\frac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{x}} \times \frac{\sqrt{x(x-y)}}{\sqrt{(x-y)(x+y)}} = \frac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{x}} \times \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+y}} = 1$. Donc la réponse est (C)	**0,75**
3	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 = 5^2 + 2(12) = 25 + 24 = 49$. Donc la réponse est (C)	**0,75**
4	C'est $\frac{8}{25} = 32\%$ donc la réponse est (C)	**0,75**
	Question II	
1	$\left(\frac{x}{3} - 1\right)^2 = \frac{x^2}{9} - \frac{2}{3}x + 1$ $A(x) = \left(\frac{x}{3} - 1\right)^2 - (3-x)^2 = \frac{1}{9}(x-3)^2 - (x-3)^2 = -\frac{8}{9}(x-3)^2$.	**0,5** **1**
2.a	F(x) n'est pas définie si $x^2 - 9 = 0$ donc $x = 3$ ou $x = -3$.	**0,5**
2.b	$F(x) = \frac{-8(x-3)}{x+3}$.	**1**
	Question III	
1	$3(500\,000) + 2(750\,000) = 3\,000\,000$ et $2(500\,000) + 3(750\,000) = 3\,250\,000$	**1**
2	Réduction 20% sur le prix de téléphones de type A donc le nouveau prix sera 400 000 LL Réduction 30% sur le prix de téléphones de type B donc le nouveau prix sera 525 000 LL Soient m le nombre de téléphones de type A et n le nombre de téléphones de type B. On considère le système suivant : $\begin{cases} 400000m + 525000n = 3300000 \\ m + n = 7 \end{cases}$ alors m = 3 « type A » et n = 4 « type B »	**2**

	Question IV	Note
1.a	$y_C = 0$, alors, $0 = -\frac{4}{3}x + 4$ donc C(3 ; 0).	**0,25**
1.b	B est un point de (D) lorsque les coordonnées du point B vérifient l'équation de (D) c.à.d. $y_B = -\frac{4}{3}x_B + 4$.	**0,25**
2.a	CA = CB = 5, alors ABC est un triangle isocèle en C.	**0,5**
2.b	ABC est un triangle isocèle de sommet principal C, donc [CH] est une médiatrice et H est le milieu de [AB], donc $x_H = \frac{x_A + x_B}{2} = -1$ et $y_H = \frac{y_A + y_B}{2} = 2$, par suite H(–1 ; 2).	**1**
3.a	L'équation de la droite (CH) est : $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$.	**0,5**
3.b	La droite (CH) coupe l'axe y'Oy en L donc $y_L = -\frac{1}{2}x_L + \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$ donc $L(0 ; \frac{3}{2})$.	**0,5**
4.a	Les deux triangles OLC et CBH sont semblables : $O\hat{C}L = H\hat{C}B$: $[CH]$ est une bissectrice de l'angle $A\hat{C}B$ dans le triangle isocèle ABC. $C\hat{O}L = C\hat{H}B = 90°$. Le rapport de similitude est : $\frac{OLC}{HBC}\left\vert \frac{OL}{HB} = \frac{OC}{HC} = \frac{CL}{BC}\right.$	**1**

4.b	D'après le rapport de similitude : $CL = \dfrac{OC \times BC}{HC} = \dfrac{3\times 5}{2\sqrt{5}} \times \dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \dfrac{3\sqrt{5}}{2}$	**0,5**
5	$\tan O\hat{C}L = \frac{CL}{OC} = \frac{\frac{3}{2}}{3} = \frac{1}{2}$ donc $O\hat{C}L \approx 27°$ ABC est un triangle isocèle de sommet principal C donc : $2\ O\hat{C}L + 2\ A\hat{B}C = 180°$, Ce qui donne $A\hat{B}C = 63°$.	**1**
	Question V	Note
1		**0,5**
2	D'après le théorème de Thalès : $\dfrac{FB}{FA} = \dfrac{FE}{FD} = \dfrac{BE}{AD} = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$	**0,5**
3	FB + FA = 8 puisque FA = 3FB alors, 4FB = 8 donc FB = 2	**0,5**
4	ADF est un triangle rectangle isocèle en A car AD = AF = 6. $D\hat{A}F = 90°$ (La droite (T) est tangente au cercle (C) en A), alors $A\hat{F}D = 45°$.	**0,5** **0,5**
5	OBH est un triangle rectangle isocèle donc $H\hat{O}B = 45°$. ADF est un triangle rectangle isocèle (partie 4) donc $A\hat{F}D = 45°$. Dans le triangle OFI : $O\hat{I}F = 180° - (O\hat{F}I + I\hat{O}F) = 180° - (A\hat{F}D + H\hat{O}B) = 90°$.	**0,5**
6.a	$O\hat{I}E = 90°$ et $O\hat{B}E = 90°$, donc O, I, B et E appartiennent au même cercle (C') de diamètre [OE] .	**0,5** **0,5**
6.b	OBE est un triangle rectangle en B donc d'après le théorème de Pythagore : $OE^2 = OB^2 + BE^2 = 4^2 + 2^2 = 20$, $OE = 2\sqrt{5}$ donc le rayon est $\sqrt{5}$	**0,5**
7.a	OMB est un triangle rectangle en B (la droite (T') est tangente au cercle (C) en B), d'après le théorème de Pythagore : $OM^2 = OB^2 + BM^2 = 4^2 + 8^2 = 16 + 64 = 80$, $OM = 4\sqrt{5}$.	**0,5**
7.b	$OM^2 + OE^2 = \left(4\sqrt{5}\right)^2 + \left(2\sqrt{5}\right)^2 = 80 + 20 = 100$ et $ME^2 = 10^2 = 100$ D'après la réciproque du théorème de Pythagore OME est un triangle rectangle en O Donc $E\hat{O}M = 90°$ avec [OE] est un diamètre du cercle (C'), donc la droite (OM) est tangente à (C') en O.	**0,5**