ملاحظة: يُسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات أو رسم البيانات.
يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة).

I- (4 points)
Le tableau ci-dessous représente le prix de fin d'année d'un kg des pièces antiques pour six années successives.

Année	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Rang de l'année (x_i)	1	2	3	4	5	6
Prix (y_i en centaine des milliers LL)	5	7,5	8,5	10	11	12

1) Représenter dans un repère orthogonal le nuage des points ainsi que le centre de gravité $G(\overline{x}, \overline{y})$ de la donnée.
2) Déterminer une équation de la droite de régression $(D_{y/x})$ de y en x, et tracer cette droite dans le repère précédent.
3) *On suppose que le modèle ci-dessus reste valable jusqu'à la fin de l'année 2026.*
   a- Estimer le prix d'un kg des pièces antiques à la fin de l'année 2018.
   b- Calculer le pourcentage d'erreur d'estimation sachant que le prix actuel d'un kg des pièces antiques à la fin de l'année 2018 était 1 900 000 LL.
4) Un exportateur des pièces antiques a vendu 50 kg des pièces antiques à la fin de l'année 2018 pour un prix de 1 900 000 LL par kg.
   L'exportateur décide d'acheter un nouveau bureau qui coûte 150 million LL. Il paie la totalité des pièces vendues comme acompte et emprunte le montant restant auprès d'une banque sous forme de prêt pour une période de 7 ans à un taux d'intérêt annuel de 6,5% capitalisé mensuellement et qui sera payé par des paiements mensuels égales à la fin de chaque mois. Calculer la valeur de chaque paiement mensuel.

II- (4 points)
Un diplômé souhaite de travailler à l'étranger. Il reçoit deux offres sur son salaire annuel de deux entreprises A et B.
L'offre de l'entreprise A:
Un salaire annuel de 54 000 000 LL avec une augmentation annuelle de 6%, au début de chaque année, ajoutée à son salaire de l'année précédente.
L'offre de l'entreprise B:
Un salaire annuel de 60 000 000 LL avec une augmentation annuelle de 2 500 000 LL, au début de chaque année, ajoutée à son salaire de l'année précédente.

1) On désigne par u_n le salaire annuel de ce diplômé au début de la $n^{\text{ième}}$ année s'il décide de choisir travailler pour l'entreprise A. Ainsi $u_1 = 54\ 000\ 000$.
   a- Calculer u_2.
   b- Montrer que (u_n) est une suite géométrique, puis exprimer u_n en fonction de n..
2) On désigne par v_n le salaire annuel de ce diplômé au début de la $n^{\text{ième}}$ année s'il décide de choisir travailler pour l'entreprise B. Ainsi $v_1 = 60\ 000\ 000$.
   a- Calculer v_2 .
   b- Exprimer v_n en fonction de n.

3) Ce diplômé envisage de travailler pendant 10 ans à l'étranger.
a- Calculer S_A, la somme d'argent qu'il recevrait s'il travaillait pour l'entreprise A durant 10 ans.
b- Laquelle des deux offres est la plus avantageuse pour le diplômé ?

III- (4 points)

Dans une compétition internationale, chaque question est écrite sur une carte séparée, et toutes ces cartes sont places dans le même sac.
60% des ces cartes portent des questions en mathématiques pendant que les autres portent des questions de connaissances généraux.
Un étudiant, qui est un concurrent dans cette compétition, doit choisir aléatoirement **une carte** du sac et répondre à la question écrite.
On considère les évènements suivants:

M : « L'étudiant choisi une question en **mathématique** ».
G : «L'étudiant choisi une question de connaissances généraux ».
C : « La réponse de l'étudiant est **correcte**».

1) Calculer les probabilités $p(M)$ et $p(G)$.
2) On nous donne les informations suivantes, qui peuvent-être utilisées dans les questions restantes:
- La probabilité que la réponse de l'étudiant est correcte <u>sachant que</u> c'est une question en mathématiques est $\frac{2}{3}$.
- La probabilité que la réponse de l'étudiant est correcte <u>sachant que</u> c'est une question de connaissances généraux est $\frac{3}{4}$.

a- Vérifier que la probabilité $p(M \cap C) = \frac{2}{5}$.
b- Calculer la probabilité $p(C)$.

3) Les règles de compétition sont les suivantes. Au début, chaque concurrent tire **une** question.
- Si le concurrent répond correctement à cette question, il marque **10 points** et il ne tire pas une deuxième question.
- Mais si le concurrent ne répond pas correctement à la première question, alors cette question est remise au sac, puis il tire aléatoirement une autre question du sac.
S'il répond correctement alors il marque **6 points**;
Si non alors il marque 0 **points.**

Soit X la variable aléatoire égal au nombre des points marqués par le concurrent.
a- Déterminer les trois valeurs possibles de X.
b- Déterminer la loi de probabilité de X.

IV- (8 points)

<u>Partie A</u>:

On considère la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = 1 + \frac{(\ln x)^2}{x}$ et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}; \vec{j})$.

1) Déterminer $\lim_{x \to 0^+} f(x)$. Déduire une équation d'une asymptote à la courbe (C).
2) Montrer que $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 1$. Déduire une équation d'une autre asymptote à la courbe (C).
3) Montrer que $f'(x) = \frac{(\ln x)(2 - \ln x)}{x^2}$. Dresser le tableau de variation de f.
4) Tracer (C).

Partie B:

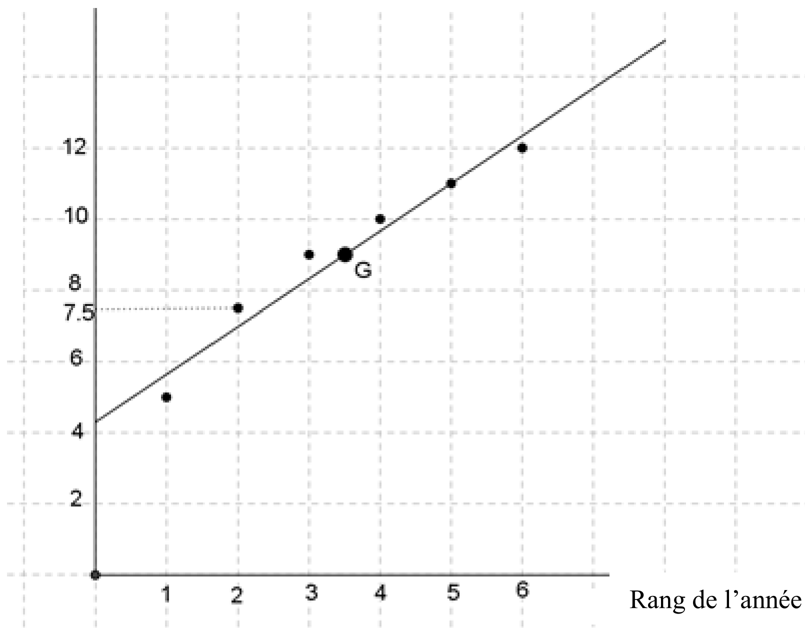
Une entreprise fabrique un certain type des objets. La fonction du coût total, exprimé en millions de L.L, est donnée par $C(x) = 1 + \frac{(\ln x)^2}{x}$ pour tout $x \in [1 ; e^2]$, où x est le nombre des objets produits en milliers.

1) Calculer, en LL, le coût de 2000 objets.
2) On suppose que toute la quantité produite est vendue.
   La fonction profit, en million de LL, est donnée par $P(x) = 2x - 1 - \frac{(\ln x)^2}{x}$.
   Son tableau de variations est donné ci-contre :
   a- Compléter le tableau donné.
   b- Etudier si l'entreprise peut assurer un profit de 2 500 000 LL.
   c- Montrer que 2 000 LL est le prix de vente d'un objet.

x	1		e^2
$P'(x)$		$+$	
$P(x)$			— —
	— —		

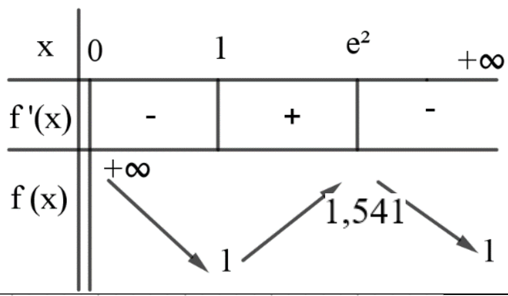
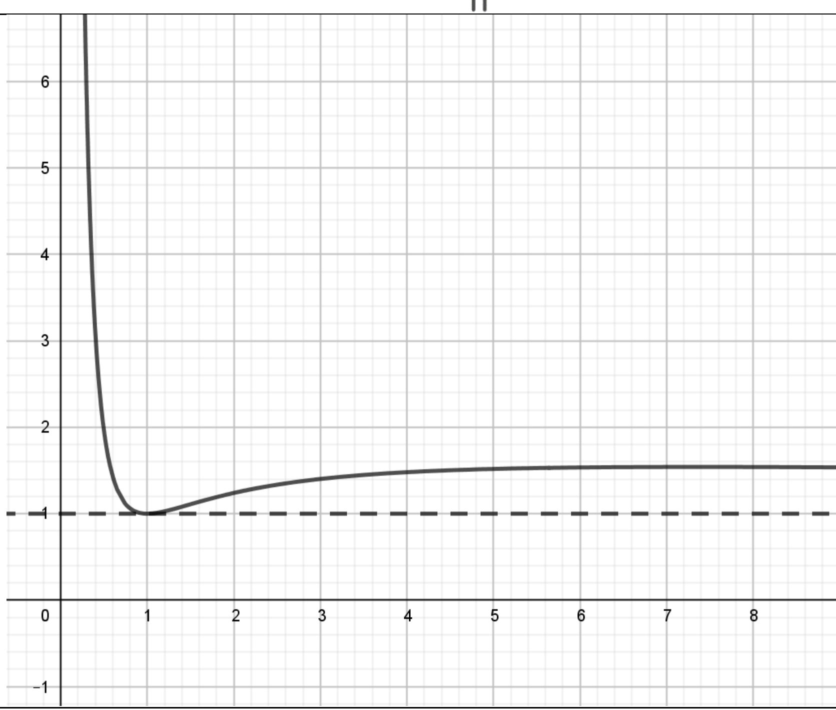
المادة: رياضيات – لغة فرنسية الشهادة: الثانوية العامة الفرع: الاقتصاد والاجتماع نموذج رقم: 2/ 2019 المدّة: ساعتان	الهيئة الأكاديميّة المشتركة قسم: الرياضيات	المركز التربوي للبحوث والإنماء

أسس التصحيح

QI	Réponses	Note
1	 G(3,5 ; 9)	1
2	$(D_{y/x})$: y = 1,34285x + 4,3	1
3a	y=1,34285(11) + 4,3= 19,07135 ; Donc c'est 1 907 135 LL	1
3b	Pourcentage d'erreur : $\frac{\lvert 1\,900000-1\,907\,135\rvert}{1\,900\,000}=\frac{7\,135}{1\,900\,000}$ = 0,003 alors c'est 0,3%	1
4	le prix de 50 kg sera 50(1 900 000) = 95 000 000 LL. Il doit emprunter 150 000 000 – 95 000 000 = 55 000 000 ; En utilisant la valeur actuelle des annuités $55\,000\,000=R\left(\frac{1-\left(1+\frac{0,065}{12}\right)^{-84}}{\frac{0,065}{12}}\right)$; le paiement R = 816 719 LL $\mathrm{i}=\frac{\mathrm{r}}{\mathrm{k}}=\frac{0,065}{12}$ $\mathrm{n}=\mathrm{t}\times\mathrm{k}=7\times 12$	3

QII	Réponses	Note
1a	U_2 = 54 000 000 +0,06(54 000 000) = 57 240 000	1
1b	$U_{n+1} = 1{,}06U_n$ alors (U_n) est une suite géométrique de raison 1,06 ; et $U_{n+1} = U_1\,(1{,}06)^{n-1} = 54\,000\,000(1{,}06)^{n-1}$	1,5
2a	$V_2 = 62\,300\,000$;	0,5
2b	(V_n) est une suite arithmétique $V_n = V_1 + (n-1)(2\,300\,000)$=57 700 000 + 2 300 000n	1
3a	$S_A = 54000000\left(\frac{1-(1{,}06)^{10}}{1-1{,}06}\right) = 711762926{,}9\mathrm{LL}$	1,5
3b	$S_B = \frac{10}{2}\left(2U_1 + 9(2300000)\right) = 703500000\mathrm{LL}$ $S_A > S_B$ alors l'offre de l'entreprise A est plus avantageuse pour le diplômé.	1,5

QIII	Réponses	Note
1	$P(M)=\frac{60}{100}=0{,}6$ et $P(G)=\frac{40}{100}=0{,}4$	1
2a	$P(M\cap C)=P(M)\times P(C/M)=0{,}6\times\frac{2}{3}=\frac{2}{5}$	1
2b	$P(C)=P(G\cap C)+P(M\cap C)=\frac{2}{5}+\frac{3}{10}=\frac{7}{10}$	2
3a	Les valeurs possibles de X sont: 0, 6 et 10	1
3b	$P(X=0)=P(\overline{C})\times P(\overline{C})=\frac{9}{100}$ $P(X=6)=P(\overline{C})\times P(C)=\frac{21}{100}$ et $P(X=10)=\frac{7}{10}$	2

QIV	Réponses	Note
A1	$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=1+\frac{+\infty}{0^+}=+\infty$; X = 0 AV	1,5
A2	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1+\lim\limits_{+\infty}\frac{(\ln x)^2}{x}=1+0=1$ comme $\lim\limits_{+\infty}\frac{(\ln x)^2}{x}=\lim\limits_{+\infty}\frac{2\ln x}{x}=0$ alors y =1 HA	1,5
A3	$f'(x)=\frac{(\ln x)(2-\ln x)}{x^2}$ 	3
A4		2,5
B1	C(2) = 1,240 Donc c'est 1 240 000 LL	1

B2a	$\begin{array}{c\|ccc} x & 1 & & e^2 \\ \hline P'(x) & & + & \\ \hline P(x) & & & 13{,}236771 \\ & 1 & \nearrow & \end{array}$	1
B2b	Le profit maximal est 13 236 771 LL donc oui l'entreprise peut assurer un profit de 2 500 000 LL	1,5
B2c	P(x) = R(x) –C(x) donne R(x) = 2x ; alors le prix de vente d'un objet est 2000 LL	2