

<p>المادة: رياضيات – لغة فرنسية الشهادة: الثانوية العامة الفرع: الآداب والانسانيات نموذج رقم: 1 / 2019 المدة: ساعة واحدة</p>	<p>الهيئة الأكاديمية المشتركة قسم: الرياضيات</p>	 <p>المركز التربوي للبحوث والإنماء</p>
--	---	--

ملاحظة: يُسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات أو رسم البيانات.
يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة).

I- (10 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{4}{x^2 + 2x + 2}$.

On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1- a) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

Déduire que (C) admet une asymptote.

b) Pour tout x dans \mathbb{R} , prouver que (C) est au-dessus de l'asymptote.

c) Déterminer les coordonnées de A et B , les points d'intersection de (C) et la droite d'équation $y = 2$; ($x_A < 0$)

2- a) Montrer que $f'(x) = \frac{-8(x+1)}{(x^2 + 2x + 2)^2}$, puis dresser le tableau de variations de f .

b) Calculer $f(-3)$ et $f(1)$, puis tracer (C) .

3- S est le sommet de (C) .

a) Prouver que (SA) est tangent à (C) en A .

b) Résoudre l'inéquation $f(x) < 2$.

c) Ecrire l'équation de (T) , la tangente en B à (C) .

Vérifier que (T) passe par S .

4- Soit g la fonction définie par $g(x) = ax + \frac{b}{x-1}$.

(C') est la courbe représentative de g dans $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Calculer a et b pour que (C') soit tangent en B à (C) .

5- Dans ce qui suit, on prend $a = -4$ et $b = -2$.

a) Déterminer le domaine de définition de g .

b) Déterminer les asymptotes à (C') .

II- (5 points)

1- Résoudre le système suivant
$$\begin{cases} x - y = 4 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}$$

2- Un sac contient des crayons rouges et bleus.

Les crayons bleus dépassent les crayons rouges par 4, et les crayons rouges représentent

$\frac{2}{5}$ du total des crayons.

a) Montrer que ce texte est représenté par le système donné dans la partie 1.

b) Déterminer le nombre de crayons bleus et celui des crayons rouges.

3- Le prix d'un crayon rouge est le double de celui d'un crayon bleu et ces deux crayons coûtent ensemble 5250 LL.

Déterminer le prix de chaque crayon.

III- (5 points)

Le tableau suivant représente la distribution des élèves de la classe de seconde dans trois sections.

	Section A	Section C	Section D	Total
Garçons	15		12	
Filles		17		
Total	25	30		80

1- Compléter le tableau ci-dessus.

2- Un élève est choisi au hasard des trois sections.

On considère les évènements suivants :

A: L'élève choisi est de la section A.

C: L'élève choisi est de la section C.

D: L'élève choisi est de la section D.

B: L'élève choisi est un garçon.

G: L'élève choisi est une fille.

a) Montrer que $P(D) = \frac{5}{16}$.

b) Calculer les probabilités suivantes

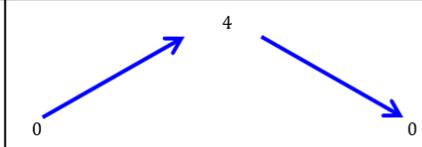
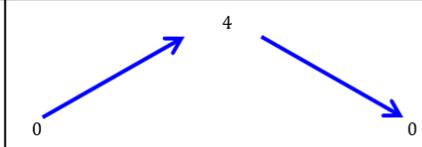
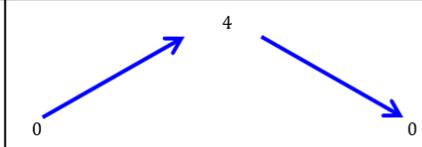
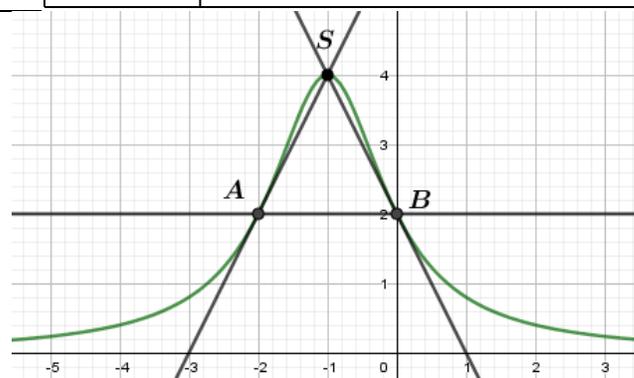
$$P(D \cap G), P(D \cup G), P(C/B), P(G/A).$$

c) Sachant que l'élève choisi est de la section A ou D.

Calculer la probabilité qu'il soit un garçon.

2- Deux élèves sont choisis au hasard l'un après l'autre pour rencontrer le directeur de telle façon que le premier élève ne retourne plus à sa classe.

Calculer la probabilité que l'un des élèves soit de la section A et que le second soit un garçon hors de la section A.

QI	Réponses	pts												
1-a)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ alors $(x'x)$ est une asymptote à (C) .	1												
b)	$f(x) > 0$, donc (C) est au-dessus de $(x'x)$.	0.5												
c)	$f(x) = 2$, donc $x^2 + 2x = 0$ alors $x = 0$ ou $x = -2$. Donc $A(-2, 2)$ et $B(0, 2)$.	1												
2-a)	$f'(x) = \frac{-8(x+1)}{(x^2 + 2x + 2)^2}$ <table border="1" style="display: inline-table; margin-left: 20px;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f'(x)$</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">+</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">0</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">-</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f(x)$</td> <td colspan="3" style="text-align: center;">  </td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-1	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	$f(x)$				1.5
x	$-\infty$	-1	$+\infty$											
$f'(x)$	+	0	-											
$f(x)$														
b)	$f(-3) = \frac{4}{5} = f(1)$. 	1.5												
3-a)	Pente $(SA) = 2$ et $f'(-2) = 2$. Donc (SA) est tangente à (C) en A .	0,75												
b)	$f(x) < 2$, On considère le partie de (C) au-dessous de (AB) . alors $x < -2$ ou $x > 0$.	0,5												
c)	$f'(0) = -2$; $(T) : y = -2x + 2$ et S vérifie l'équation de (T) .	0,75												
4-	$g(x) = ax + \frac{b}{x-1}$ $B(0, 2)$ est sur (C') alors $b = -2$. $g'(x) = a - \frac{b}{(x-1)^2}$ donc $g'(0) = a + 2 = -2$ alors $a = -4$.	1												
5-a)	$D_g =]-\infty, 1[\cup]1, +\infty[$	0,5												
b)	Les équations des asymptotes à (C') sont $x = 1$ car $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \pm\infty$ et $y = -4x$ car $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (g(x) + 4x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-2}{x-1} = 0$.	1												

QII		pts
1-	$\begin{cases} x - y = 4 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}$, alors $x = 12$ et $y = 8$.	1
2-a)	x = nombre de crayons bleus y = nombre de crayons rouges donc $x = y + 4$ ce qui donne $x - y = 4$ et $5y = 2x + 2y$ ce qui donne $2x - 3y = 0$	1
b)	Le nombre de crayons bleus = 12 Le nombre de crayons rouges = 8	1
3-	a = Le prix d'un crayon bleu, donc $2a$ = le prix d'un crayon rouge. $a + 2a = 5250$ alors $3a = 5250$ alors $a = 1750$ LL et $b = 3500$ LL	2

QIII		pts																				
1-	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>A</th> <th>C</th> <th>D</th> <th>total</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Garçons</td> <td>15</td> <td>13</td> <td>12</td> <td>40</td> </tr> <tr> <td>Filles</td> <td>10</td> <td>17</td> <td>13</td> <td>40</td> </tr> <tr> <td>Total</td> <td>25</td> <td>30</td> <td>25</td> <td>80</td> </tr> </tbody> </table>		A	C	D	total	Garçons	15	13	12	40	Filles	10	17	13	40	Total	25	30	25	80	1
	A	C	D	total																		
Garçons	15	13	12	40																		
Filles	10	17	13	40																		
Total	25	30	25	80																		
a)	$P(D) = \frac{25}{80} = \frac{5}{16}$	0,5																				
b)	$P(D \cap G) = \frac{13}{80}$ $P(D \cup G) = P(D) + P(G) - P(D \cap G) = \frac{25}{80} + \frac{40}{80} - \frac{13}{80} = \frac{52}{80} = \frac{13}{20}$ $P(C/B) = \frac{\text{nombre de garçons dans C}}{\text{nombre total des garçons}} = \frac{13}{40}$ $P(G/A) = \frac{\text{nombre des filles dans A}}{\text{Nombre total des élèves dans A}} = \frac{2}{5}$ $P(B/A \cup D) = \frac{\text{nombre des garçons dans A ou D}}{\text{nombre des élèves dans A ou D}} = \frac{27}{50}$	2																				
3-	$P(\text{élève de A et garçon de } \bar{A}) = P(A, \text{garçon } \bar{A}) + P(\text{garçon } \bar{A}, A) = \frac{25}{80} \times \frac{25}{79} + \frac{25}{80} \times \frac{25}{79} = \frac{125}{632}$	1.5																				