المادة: رياضيات- لغة فرنسية الشهادة: الثانوية العامة الفرع: علوم الحياة نموذج رقم: 2/ 2019 المدّة: ساعتان	الهيئة الأكاديميّة المشتركة قسم: الرياضيات	المركز التربوي للبحوث والإنماء

ملاحظة: يُسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات أو رسم البيانات.
يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة).

I- (4 points)

Dans le tableau suivant, une seule réponse des réponses proposées à chaque question est correcte. Ecrire le numéro de la question et sa réponse correspondante avec justification.

Dans cet exercice, z et z'est deux nombres complexes.

No	Question	a	b	c
1	Si z est réel , alors un argument de $z(iz+\bar{z})$ est	$\frac{\pi}{4}$	0	$\frac{\pi}{2}$
2	Si $M(z)$, $M'(z')$, $A(-1)$ et $B(2i)$ sont 4 points dans le plan complexe tels que $z' = \frac{z+1}{2i-z}$, alors $AM' \times BM =$	$\sqrt{AB}$	$2AB$	AB
3	Si $M(z)$, $M'(z')$ et $A(2i)$ sont trois points du plan complexe tels que $z' = \overline{(z-2i)^2}$ et z' est un réel négatif , alors M se déplace sur	$(y'y)$	La droite d'équation $y = 2$	$(x'x)$
4	Si z et z' sont deux nombres complexes non nuls tels que $z' = \frac{2i-3}{\bar{z}}$, alors $z\overline{z'} =$	$2i + 3$	$-2i - 3$	$3 - 2i$

II- (4 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère le point $A(1,2,0)$ et les deux droites (d) et (d') d'équations paramétriques:

$$(d)\ \begin{cases} x = t+1 \\ y = 2 \\ z = -2t \end{cases} \quad \text{et} \quad (d')\ \begin{cases} x = -m+4 \\ y = 3 \\ z = 2m-1 \end{cases}$$ où m et t sont deux paramètres réels.

1)a- Montrer que A est un point de (d) et vérifier qu'il n'est pas un point de (d').
  b- Vérifier que (d) et (d') sont parallèles .

2) Soit (P) le plan déterminé par (d) et (d'). Prouver que $2x - 5y + z + 8 = 0$ est une équation de (P).

3) On considère dans le plan (P), le cercle *(C)* tangent en A à *(d).*
  a- Le centre I du cercle *(C)* étant sur *(d')*, Calculer les coordonnées de I.
  b- Montrer que le rayon de *(C)* est égal à $\sqrt{6}$.

4) *(C)* coupe *(d')* en E et F et soit (Δ) la droite passant par A et perpendiculaire à *(P).*
  a- Soit L un point quelconque de *(d), vérifier* que l'aire du triangle *LEF* est une constante à déterminer.
  b- Ecrire un système des équations paramétriques de (Δ) .
  c- Trouver les coordonnées d'un point B de (Δ) tel que le volume du tétraèdre *BLEF* soit égal à $2\sqrt{30}$.

III- (4 points)
Une urne contient trois boules blanches et sept boules noires.
Un jeu se déroule comme suit :
Le joueur tire au hasard une boule de cette urne.
Si la boule est noire, le jeu s'arrête.
Si la boule est blanche, le joueur ne remet pas la boule dans l'urne et il tire alors une deuxième boule.
Ce processus continue jusqu'à obtenir une boule noire alors le jeu s'arrête.
Le joueur gagne 10 000 LL pour le tirage de chaque boule blanche et rien pour le tirage d'une boule noire.

Partie A
1) Calculer la probabilité pour que le joueur gagne 10 000 LL exactement.
2) Calculer la probabilité pour que le joueur gagne au moins 10 000 LL.
3) Sachant que la première boule tirée est blanche, quelle est la probabilité pour que le joueur gagne 30 000LL?

Partie B
Soit X la variable aléatoire qui est égale à la somme gagnée par le joueur lors du jeu précédent.
1) Trouver les quatre valeurs possibles de X.
2) Prouver que P(X=30 000) = $\frac{1}{120}$.
3) Déterminer la loi de probabilité de X et calculer la moyenne de cette loi.
4) On suppose que dix joueurs participent à ce jeu durant chaque jour du mois d'Avril.
Calculer la somme gagnée par ces dix joueurs.

IV- (8 points)

Partie A
Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 1 + (1 - x)e^x$.
1)a- Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.
b- Calculer $g'(x)$ et dresser le tableau de variations de g.
2)a- Prouver que l'équation $g(x) = 0$ admet une racine unique α , puis vérifier que $1{,}27 < \alpha < 1{,}28$.
b-Discuter le signe de $g(x)$ selon les valeurs de x.

Partie B
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (2-x)e^x + x - 2$.
Et soit (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$..
1)a- Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. Calculer $f(2{,}5)$.
b- Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et prouver que la droite (d) d'équation $y = x - 2$ est une asymptote à (C).
c- Etudier suivant les valeurs de x la position relative de (C) et (d).

2)a- Vérifier que $f'(x) = g(x)$, puis dresser le tableau de variations de f.

b- Montrer que $f(\alpha) = \frac{(\alpha-2)^2}{\alpha-1}$.

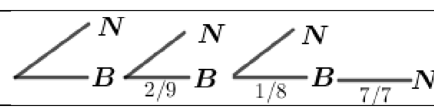
3) Montrer que $O(0,0)$ est un point d'inflexion de (C).
4) Tracer (d) et (C).
5) Soit A l'aire du domaine limité par (C) , (d) , $(y'y)$ et la droite d'équation $x = \alpha$.
Prouver que $A = \frac{6-4\alpha}{\alpha-1}$ unités d'aire.

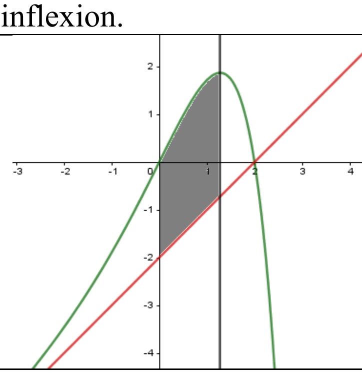
المادة: رياضيات- لغة فرنسية الشهادة: الثانوية العامة الفرع: علوم الحياة نموذج رقم: 2/ 2019 المدّة: ساعتان	الهيئة الأكاديميّة المشتركة قسم: الرياضيات	المركز التربوي للبحوث والإنماء

أسس التصحيح

Q I	Eléments de réponses	pts
1	a est correcte car z est réel donc $\bar{z} = z$ alors, z (i $z + \bar{z}$) = z (i $z + z$)= z^2 $(1+i)$ et un de ses arguments est $\frac{\pi}{4}$.	1
2	c est correcte car $AM' \times BM = \left\|\frac{z+1}{2i-z}+1\right\| \times \|z-2i\| = \frac{\|1+2i\|}{\|(Z-2i)\|} \times \|Z-2i\| = \|1+2i\| = AB$.	1
3	a est correcte car z'réel<0, donc $(z-2i)^2$ réel <0 alors, $z-2i$ est imaginaire pur et z est imaginaire pur.	1
4	b est correcte car $z \times \overline{z'} = \overline{2\imath - 3} = -2i-3$.	1

Q II	Eléments de réponses	pts
1-a	Pour $t=0, A$ appartient à (d); $y_A = 2 \neq y_{(d)} = 3$ donc $A\ n'appartientpas$ à (d').	0,5
1-b	$\vec{V}_{(d)} = -\vec{V}_{(d')}$ et A appartient à (d) et n'est pas sur (d') donc (d) est parallèle à (d').	0,5
2	Substituons les équations paramétriques dans (P): $2(t+1)-10-2t+8=0$, $(d) \subset (P)$; $2(-m+4)-15+2m-1+8=0$, $(d') \subset (P)$. **Ou** $\overrightarrow{AM}.(\vec{V}_d \times \overrightarrow{AG}) = 0$, avec G un certain point de (d').	0,5
3-a	$I(-m+4, 3, 2m-1)$; $\overrightarrow{AI}.\vec{V}_{(d)} = 0 \Rightarrow -m+3-4m+2=0 \Rightarrow I(3,3,1)$.	0,5
3-b	Le rayon de (C) est $AI = \sqrt{6}$ unités.	0,25
4-a	La distance de L à (EF)est constante car (d)et (d')sont parallèles et $[EF]$est un diamètre. donc l'aire est égale à $\frac{2\sqrt{6}\sqrt{6}}{2} = 6$ unités d'aire.	0,75
4-b	(Δ): $\overrightarrow{AM} = \alpha\vec{N}_{(P)}$ (Δ):$\begin{cases} x = 2\alpha+1 \\ y = -5\alpha+2 \\ z = \alpha \end{cases}$	0,25
4-c	$B(2\alpha+1, -5\alpha+2, \alpha)$; $2\sqrt{30} = \frac{Aire\Delta LEF \times BA}{3} \Rightarrow \sqrt{30} = \sqrt{30\alpha^2} \Rightarrow \alpha = \pm 1 \Rightarrow$ $B(3,-3,1)$ ou $B(-1,7,-1)$.	0.75

III	Eléments de réponses	pts
A-1	P(10 000) =$P(BN) = \frac{3}{10} \times \frac{7}{9} = \frac{7}{30}$.	0,5
A-2	$P(A)$ =1- $P(0)$ = $1 - \frac{7}{10} = \frac{3}{10}$ où *A est l'évènement que le joueur gagne au moins* 10 000 LL.	0,5
A-3	$P(^{30\,000}/_{B}) = \frac{2}{9} \times \frac{1}{8} \times \frac{7}{7} = \frac{2}{72}$ où *B est l'évènement que la première boule soit blanche.* 	0,75
B-1	$\Omega_X = \{$ 0; 10 000; 20 000; 30 000$\}$.	0,25
B-2	P(30 000) =P(BBBN)= $\frac{3}{10} \times \frac{2}{9} \times \frac{1}{8} \times \frac{7}{7} = \frac{1}{120}$.	0,25
3	<table><tr><td>X_i</td><td>0</td><td>10 000</td><td>20 000</td><td>30 000</td><td>Total</td></tr><tr><td>P_i</td><td>$\frac{84}{120}$</td><td>$\frac{28}{120}$</td><td>$\frac{7}{120}$</td><td>$\frac{1}{120}$</td><td>1</td></tr><tr><td>P_iX_i</td><td>0</td><td>$\frac{280\,000}{120}$</td><td>$\frac{140\,000}{120}$</td><td>$\frac{30\,000}{120}$</td><td>E(X)= 3 750</td></tr></table>	*1,25*
4	La somme totale $= 10 \times 30 \times 3{,}750 = 1\,125\,000$ L.L.	0,5

Q IV	**Eléments de réponses**	pts
A-1-a	$\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} 1+\frac{(1-x)}{e^{-x}} \overset{L'H}{=} \lim\limits_{x\to-\infty} 1+\frac{-1}{-e^{-x}}$ = 1 ; $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$	0,75
A-1-b	$g'(x) = -xe^x$ Avec $e^x > 0$ $\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & 0 & & +\infty \\ \hline g' & & + & \| & - & \\ \hline g(x) & & & 2 & & \\ & & \nearrow & & \searrow & \\ & 1 & & & & -\infty \end{array}$	0,5
A-2-a	Sur]-∞, 0] $g(x) > 0$ $alors$ $g(x) = 0$ n'a pas de solution dans cet intervalle. Sur $[0, +\infty[$ g est continue et strictement décroissante , et change son signe du positif au négatif donc $g(x) = 0$ admet une seule solution α, sur cet intervalle. donc $g(x) = 0$ admet une seule racine α sur $\mathbb{R}$. $g(1{,}27) \times g(1{,}28) = 0{,}04 \times (-0{,}01) < 0 \Longrightarrow 1{,}27 < \alpha < 1{,}28$.	0,5
A-2-b	D'après le tableau des variations, sur]-∞, α[, $g(x) > 0$ et sur]$\alpha, +\infty$[, $g(x) < 0$.	0,25
B-1-a	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} x[\left(\frac{2}{x}-1\right)e^x + 1 - \frac{2}{x}] = -\infty$ et $f(2{,}5) = -5{,}59$.	0,5
B-1-b	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{(2-x)}{e^{-x}} + x - 2 \overset{L'H}{=} \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{1}{e^{-x}} + x - 2 = -\infty$. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) - (x-2) = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{2-x}{e^{-x}} = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{+1}{e^{-x}} = 0 \Rightarrow (d): y = x-2$ est une asymptote oblique.	0,75
B-1-c	$yc - yd = (2-x)e^x$ Avec $e^x > 0$ $\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & 2 & & +\infty \\ \hline y_c - y_d & & + & 0 & - & \\ \hline \text{Position relative} & & \text{(C) est au-dessus de (d)} & \| & \text{(C) est au-dessous de (d)} & \end{array}$ (C) et (d) se coupent en A (2 ;0)	0,5
B-2-a	$f'(x) = -e^x + (2-x)e^x + 1 = g(x)$ $\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & \alpha & & +\infty \\ \hline f' & & + & \| & - & \\ \hline f(x) & & & f(\alpha) & & \\ & & \nearrow & & \searrow & \\ & -\infty & & & & -\infty \end{array}$	0,5
B-2-b	f(α)= $(2-\alpha)e^\alpha + \alpha - 2$ mais $g(\alpha) = 0$ alors $(1-\alpha)e^\alpha = -1$, donc $e^\alpha = -\frac{1}{1-\alpha}$ f(α)= $e^\alpha - 1 + \alpha - 2 = \frac{(\alpha-2)^2}{\alpha-1}$.	0,5
B-3	$f''(x) = g'(x) = -xe^x$, donc $f''(0) = 0$, et change de signe en $x = 0$ du positif au négatif et $f(0) = 0$, donc O est un point d'inflexion.	0,5
B-4		1,25
B-5	$A = \int_o^\alpha (2-x)e^x dx = (2-x)e^x + e^x]_o^\alpha$ "par parties" ; $A = (3-\alpha)e^\alpha - 3 = \frac{6-4\alpha}{\alpha-1}$ unités d'aire .	1,5