وزارة التربية والتعليم العالي **المديريّة العامة للتربية** **دائرة الامتحانـات الرسمية**	**امتحانات الشهادة الثانوية العامة** **فرع علوم الحياة**	**دورة الـعام ٢٠١٨ الاستثنائية** **الثلاثاء ٣١ تموز ٢٠١٨**
عدد المسائل: اربع	**مسابقة في مادة الرياضيات** **المدة: ساعتان**	**الاسم:** **الرقم:**

ملاحظة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشّح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة).

I- (٤ علامات)

في الفضاء الاحداثي العائد للنظام $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعرّف النقطة $A(1\ ;\ 1\ ;\ 1)$ والمستقيمان $\left(d_1\right)$ و $\left(d_2\right)$ المعرّفان بالمعادلات التالية:

$$\left(d_1\right):\begin{cases}x=t+1\\ y=t+1 \quad t\in\mathbb{R}\\ z=t+1\end{cases} \quad \text{و} \quad \left(d_2\right):\begin{cases}x=-k+3\\ y=k-1 \quad k\in\mathbb{R}\\ z=k-1\end{cases}$$

١) برهن ان المستقيمين $\left(d_1\right)$ و $\left(d_2\right)$ غير متوازيين ويتقاطعان عند النقطة A.

١) برهن أن معادلة المستوي (P) الذي يحتوي $\left(d_1\right)$ و $\left(d_2\right)$ هي $y-z=0$.

٢) نعرّف النقطة $B(1;0;0)$ على المستوي (P) والموجودة على(δ) احد المستقيمات المنصفة لزاوية بين المستقيمين $\left(d_1\right)$ و $\left(d_2\right)$.

أ) جد إحداثيات النقطة E الاسقاط العامودي للنقطة B على المستقيم $\left(d_1\right)$.

ب) اكتب معادلات المستقيم (Δ) المتعامد على المستوي (P) عند النقطة A.

ج) لتكن النقطة F الاسقاط العامودي للنقطة B على المستقيم $\left(d_2\right)$ و M نقطة على المستقيم (Δ) حيث ان $y_M \neq 0$.

جد إحداثيات النقطة M بحيث أن حجم الهرم MABF يساوي $\frac{2}{9}$ وحدات مكعبة.

II- (٤ علامات)

لدينا صندوق U يحتوي ستة كرات: اربع كرات حمراء اللون وكرتان زرقاوان.

كما يوجد كيس S يحتوي على خمسة اوراق نقدية :ورقة نقدية واحدة قيمتها 50 000 ليرة لبنانية، اثنتان قيمة كل منهما 20 000 ليرة لبنانية و اثنتان قيمة كل منهما 10 000 ليرة لبنانية .

الجزء A: نسحب وبشكل عشوائي كرة واحدة من الصندوق U.

- إذا كانت هذه الكرة حمراء نسحب عشوائيا بشكل متتال وبدون إرجاع **ورقتين نقديتين** من الكيس S .
- إذا كانت هذه الكرة زرقاء نسحب عشوائيا بشكل متزامن (في نفس الوقت) **ثلاثة اوراق نقدية** من الكيس S.

لتكن الاحداث التالية:

R:«الكرة المسحوبة من الصندوق U حمراء اللون»

A :« مجموع قيم الاوراق النقدية المسحوبة من الكيس S يساوي 70 000 ليرة لبنانية»

١) احسب الاحتمالات P(R) و P(A/R) وتحقق من أن $P(A\cap R)=\frac{2}{15}$.

٢) احسب $P(A\cap \overline{R})$. استنتج P(A).

الجزء B: نسحب عشوائياً **ورقتين نقديتين** من الكيس S بشكل <u>متتال مع إرجاع</u>. ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي مجموع قيمتي الورقتين النقديتين المسحوبتين.

١) جد القيم السته الممكنة لـX.

٢) تحقق من ان $P(X = 70\ 000)=\frac{4}{25}$.

٣) احسب $P(X < 70\ 000)$.

III- (٤ علامات)

في المستوي المركب العائد للنظام $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$ نفترض النقاط A و B و M و M′ ذات الاعداد المركبة التالية: 1 و 2 و z و z′

حيث أن $z'=\frac{z-2}{2-\bar{z}}$ و $z \neq 2$.

١) في هذا الجزء لتكن $z = 1 - i$.

أ) اكتب z' على الصورة الجبرية وعلى الصورة القطبية.

ب) برهن في هذه الحالة ان الرباعي ABMM′ هو متوازي الاضلاع.

٢) ليكن $z = x + iy$ حيث أن x و y هما عددان حقيقيان.

جد العدد المركب z عندما تتطابق النقطتان M و M′.

٣) أ) تحقق من أن $|z'| = 1$ لكل $z \neq 2$. استنتج أن النقطة M′ تتحرك على دائرة يجب تحديد احداثيات مركزها وطول شعاعها.

ب) استنتج أن $|z' - 1| \leq 2$ لكل $z \neq 2$.

IV- (٨ علامات)

لتكن f هي الدالة المعرفة على $]0\,;+\infty[$ كما يلي $f(x)=x-\frac{1+\ln x}{x}$. وليكن (C) بيان هذه الدالة في المستوي الاحداثي $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$. (وحدة القياس = ٢ سنتم) .

ليكن المستقيم (d) ذو المعادلة $y = x$

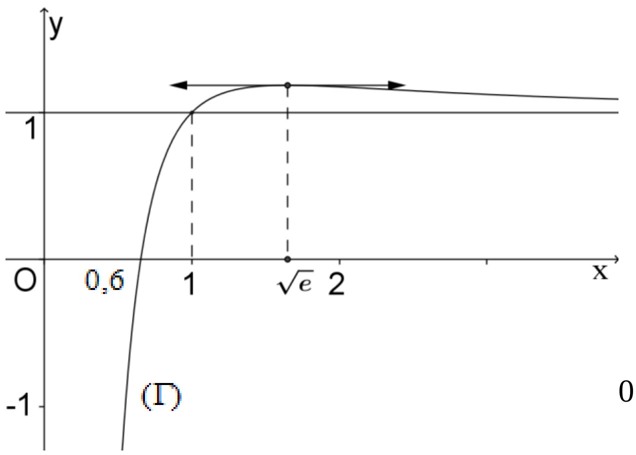
١) أ) ادرس ، حسب تغير قيم x ، موقع البيان (C) بالنسبة للمستقيم (d).

ب) جد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ثم برهن أن المستقيم (d) هو مقارب للبيان (C).

٢) جد $\lim_{\substack{x\to0\\x>0}} f(x)$ ثم استنتج معادلة مقارب للبيان (C).

٣) في الرسم المقابل، نجد:

- البيان (Γ) الذي يمثل **الدالة f′، مشتقة الدالة f.**
- يصل البيان (Γ) الى القيمة الكبرى عند $x = \sqrt{e}$.
- يقطع البيان (Γ) المستقيم (x'x) عند $x = 0.6$.



أ) انشئ جدول التغير للدالة f .

ب) برهن أن للمعادلة $f(x) = 0$ حلان **فقط** وأن احد الحلين هو 1 .

ت) ليكن α الحل الآخر للمعادلة $f(x) = 0$. تحقق من أن $0.4 < \alpha < 0.5$

ث) برهن أن للبيان (C) نقطة انعطاف يجب إيجاد إحداثياتها.

ج) جد إحداثيات النقطة A على البيان (C) حيث أن المماس (T) موازٍ للمستقيم (d).

ح) ارسم (d) و (C) و (T).

٤) أ) احسب، وبالسنتمتر المربع، $A(\alpha)$ مساحة المنطقة المحددة بالبيان (C) و المستقيم (d) والمستقيمان $x = \alpha$ و $x = 1$.

ب) برهن أن $A(\alpha)=\left(2-2\alpha^4\right)\text{cm}^2$