وزارة التربية والتعليم العالي **المديرية العامة للتربية** **دائرة الامتحانات الرسميّة**	**امتحانات الشهادة الثانوية العامة** **فرع: الاجتماع والاقتصاد**	**دورة الـعام ٢٠١٨ الاستثنائيّة** **الاثنين فـي ٦ آب ٢٠١٨**
عدد المسائل: اربع	**مسابقة في مادة الرياضيات** **المدة: ساعتان**	**الاسم:** **الرقم:**

ملاحظة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشّح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة)

I- (اربع علامات)

يبين الجدول التالي عدد أجهزة التلفزة التي تم طلبها من احد متاجر الأدوات الكهربائية بدلالة سعر المبيع للتلفاز الواحد (بمئات آلاف الليرات اللبنانية) .

سعر مبيع التلفاز الواحد **(بمئات الاف الليرات اللبنانية)** (x_i)	٨	٩	١٠	١١	١٣	١٥
عدد اجهزة التلفزة المطلوبة (y_i)	٢٥	٢٢	٢٠	١٦	١٠	٧

قرّب كل الاجابات الى اقرب جزء من عشرة.

١) أ) احسب احداثيي النقطة $G(\overline{X}, \overline{Y})$.

ب) ارسم في المستوي الاحداثي تشتت النقاط العائد للتوزيع $(x_i ; y_i)$ وكذلك G.

ج) اكتب معادلة الانحدار الخطي $(D_{y/x})$ وارسمه في نفس المستوي الاحداثي.

٢) احسب النسبة المئوية للانخفاض في عدد أجهزة التلفزة التي تم طلبها عندما إرتفع سعر التلفاز الواحد من ٩٠٠٠٠٠ ل ل. الى ١٣٠٠٠٠٠ ل ل.

٣) نفترض ان النموذج السابق يبقى صالحاً لكل سعر اصغر او يساوي ١٧٠٠٠٠٠ ل ل.

قدّر عدد اجهزة التلفزة التي تم طلبها اذا كان سعر التلفاز الواحد ١٥٩٠٠٠٠ ل ل.

٤) أ) تحقق من أن E(x)، مرونة الطلب بالنسبة الى السعر x هي: $E(x) = \dfrac{-2.7x}{2.7x - 46.1}$

ب) احسب E(11) واعطِ تفسيرًا اقتصاديّا للقيمة التي تم حسابها.

II- (اربع علامات)

أعدّت إحدى شركات الاتصالات دراسة حول الزبائن الذين اشتروا واحداً من خطوط الهاتف المدفوعة مسبقاً من أحد النوعين E أو F. بعد شراء احد الخطين، يختار الزبون إما عدم الاشتراك بالإنترنت أو الاشتراك بالإنترنت بواحدة فقط من بين الخدمتين A (٥٠٠ميغا بايت) أوB (١.٥ جيغا بايت).

أعلنت الشركة أن:

- ٦٠% من زبائنها اشترى كل منهم خطاً من النوع E.
- من بين الزبائن الذين اشترى كل منهم خطاً من النوع E:
  ٤٥% اشتركوا بالخدمة A و ٣٥% اشتركوا بالخدمة B و٢٠% لم يشتركوا بالإنترنت،
- من بين الزبائن الذين اشترى كل منهم خطاً من النوع F ، ٥٥% اشتركوا بالخدمة A.
- **١٨% من الزبائن الذين شاركوا في الدراسة لم يشتركوا بالإنترنت.**

تمت مقابلة احد الزبائن بطريقة عشوائية. لنعرّف الاحداث التالية:

E: " الزبون الذي تمت مقابلته مشترك بالخط من النوع E "
A: " الزبون الذي تمت مقابلته مشترك بالخدمة A"
B: "الزبون الذي تمت مقابلته مشترك بالخدمة B "
C: " الزبون الذي تمت مقابلته غير مشترك بالإنترنت"

١) ما هو احتمال مقابلة زبون اختار خطاً من النوع F ؟

٢) أ) احسب الاحتمال $P(C \cap E)$ ثم استنتج أن $P(C \cap \overline{E}) = 0.06$.

ب) الزبون الذي تمت مقابلته مشترك بالخط من النوع F. احسب احتمال عدم اشتراكه بالإنترنت.

٣) تبلغ الكلفة الشهرية لخط من النوع E ٣٠٠٠٠ ل ل. و للخط من النوع F ٤٠٠٠٠ ل ل. إضافة الى ذلك كلفة الاشتراك الشهري بالخدمة A هي ١٠٠٠٠ ل ل. وكلفة الاشتراك الشهري بالخدمة B هي ٢٠٠٠٠ ل ل.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي القيمة الاجمالية الشهرية التي يدفعها زبون تمت مقابلته.

أ) اكمل الجدول التالي:

$X = x_i$	30 000	40 000	50 000	60 000
$P(X = x_i)$			0.43	0.12

ب) احسب E(X) القيمة المتوقعة لـ X.

ج) باعت الشركة ١٠٠٠٠٠ خط. قدر بالليرة اللبنانية قيمة عائدات الشركة من بيع تلك الخطوط.

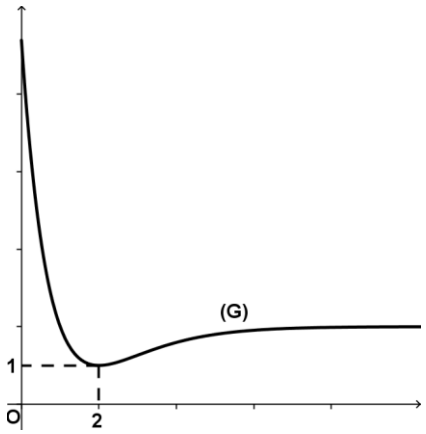
III- (اربع علامات)

في سنة ٢٠١١، بلغ عدد طلاب إحدى الجامعات ٣٠٠٠ طالباً.
كل سنة يغادر الجامعة ١٢% من الطلاب وبالمقابل ينضم ٤٨٠ طالباً جديداً.
ليكن ولكل عدد صحيح n، U_n عدد طلاب الجامعة في السنة ٢٠١١+n. لذلك فإن $U_0 = 3000$.
١) تحقق من أن $U_1 = 3120$.
٢) بيّن، ولكل عدد صحيح n، أن $U_{n+1} = 0.88\ U_n + 480$.
٣) لتكن (V_n) المتتالية المعرّفة، لكل عدد صحيح n، على الشكل التالي: $V_n = U_n - 4000$.
أ) برهن أن (V_n) هي متتالية هندسية. اوجد نسبتها المشتركة وحدها الاول.
ب) برهن، ولكل عدد صحيح n، أن $U_n = 4000 - 1000 \times (0.88)^n$.
ج) قدّر عدد طلاب الجامعة سنة ٢٠١٧.
٤) سنة ٢٠١٧ بلغت الارباح المحققة في الجامعة 3 535 000 000 ل ل.
بهدف إنشاء مختبر جديد، قررت ادارة الجامعة استثمار ١٠% من هذه الارباح في حساب مصرفي يدفع فائدة سنوية معدلها ٦% مركّبة شهريّا ولمدة ٥ سنوات.
احسب القيمة الاجمالية في هذا الحساب عند نهاية السنوات الخمس للاستثمار.

IV- (٨ علامات)

القسم الأول

لتكن f الدالة المعرّفة على $]0,+\infty[$ كما يلي:
$f(x) = 2x + 1 + xe^{-x+2}$ وليكن (C) بيان هذه الدالة في المستوي الاحداثي $(O;\vec{i},\vec{j})$.
ليكن (d) المستقيم ذو المعادلة $y = 2x + 1$.
١) حدد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و احسب $f(1)$.
٢) أ) ادرس موقع البيان (C) بالنسبة للمستقيم (d). حدد إحداثيات نقطة التقاطع.
ب) برهن أن (d) هو مقارب للبيان (C).
٣) أ) برهن أن $f'(x) = 2 + (1-x)e^{-x+2}$.
ب) يمثل البيان المقابل (G) الدالة f'.
تحقق ، ولكل قيم x في $]0,+\infty[$، من أن $f'(x) > 0$.
ج) أنشىء جدول التغير للدالة f.
٤) يتقاطع المستقيم (D) ذا المعادلة $y = 4x$ مع البيان (C) عند نقطة إحداثها السيني هو α.
برهن أن $1.66 < \alpha < 1.68$.
٥) ارسم (d) و (D) و (C).



القسم الثاني

لِنفترض في هذا القسم أن $\alpha = 1.67$.

ينتج احد المصانع نوعاً من ساعات اليد. تمثل الدالة $\overline{C}(x) = 2 + \frac{1}{x} + e^{-x+2}$ ، الكلفة المتوسطة حيث أن x تمثّل عدد ساعات اليد المنتجة بالمئات و $0 < x \leq 4$.

إن دوال الكلفة الإجمالية و الكلفة المتوسطة والعائدات والربح كما سعر الوحدة جميعها بملايين الليرات اللبنانية.

١) احسب $\overline{C}(3)$. استنتج الكلفة المتوسطة لإنتاج ساعة يد واحدة فقط من بين أول ٣٠٠ ساعة يد تم إنتاجها.
٢) تحقق من أن دالة الكلفة الإجمالية هي $C_T(x) = f(x) = 2x + 1 + xe^{-x+2}$.
٣) علماً أن جميع ساعات اليد المنتجة تم بيعها، تمثل $R(x) = 4x$ دالة العائدات.
أ) حدد العدد الادنى من ساعات اليد التي يجب انتاجها كي يحقق المصنع ربحاً.
ب) ٢٠% من ساعات اليد المنتجة فيها خلل. أما الباقية فهي خالية من أي خلل.
كل ساعة يد فيها خلل بيعت بـ ١٢٠٠٠ ليرة لبنانية وكل ساعة يد لا يوجد فيها خلل تم بيعها بـ p ليرة لبنانية.
برهن أن $p = 47\ 000$.