وزارة التربية والتعليم العالي
المديريّة العامة للتربية
دائرة الامتحانـات الرسمية

امتحانات الشهادة المتوسطة

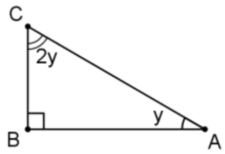
دورة العـام ٢٠١٨ الاستثنائية
السبت ١١ آب ٢٠١٨

عدد المسائل: خمسة
مسابقة في مادة الرياضيات
المدة: ساعتان
الاسم:
الرقم:

إرشادات عامة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات أو رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة.

I - (3 points)

Dans le tableau ci-dessous, une seule des réponses proposées à chaque question est correcte.
Ecrire le numéro de la question et donner, **en justifiant**, la réponse correspondante.

N°	**Questions**	**Réponses proposées**		
		a	**b**	**c**
1	Une voiture coûte 15 000 000 LL. Après une réduction de 11%, son prix sera	1 650 000 LL	13 350 000 LL	16 650 000 LL
2	Si $\left(\sqrt{2}-1\right)x=1$ alors $x=$	$\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}+1$
3	n est un réel non nul, $\frac{n}{2}-\frac{n}{2}\times 3=$	3	$-n$	0
4	ABC est un triangle rectangle en B tel que $BAC = y$ et $BCA = 2y$ où y est un nombre réel. La valeur de $\cos BAC$ est 	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

II - (3,5 points)

On donne $A(x)=2x^2-6x-(x-3)(x-1)$.

1) a. Montrer que $A(x)=(x+1)(x-3)$.

b. Résoudre l'équation $A(x)=0$.

2) Vérifier que $A(x)=x^2-2x-3$.

3) Le tableau suivant donne les notes des élèves, en mathématiques. (x *est un entier naturel*)

Notes	4	9	12	19	**Total**
Nombre des élèves	1	x^2	x	1	x^2+x+2

Calculer x, sachant que la moyenne des notes est 10.

III - (3 points)

1) Résoudre, en montrant les étapes de calcul, le système suivant: $\begin{cases} x-2y=0 \\ 3y-x=6. \end{cases}$

2) Dans une classe, le nombre de garçons est le double de celui des filles.

Si 2 filles quittent la classe, le nombre de garçons sera le triple de celui des filles.

Le professeur affirme qu'il y a 18 élèves en tout dans cette classe. A-t-il raison ? Justifier.

IV - (5,5 points)

Dans un repère orthonormé d'axes x'Ox et y'Oy, on donne les points $F(0\,;4)$ et $B(-2\,;2)$.

Soit (d) la droite d'équation $y = x + 4$.

1) Placer les points F et B.

2) Montrer que F et B sont deux points de (d), puis tracer (d).

3) Soit H le point de coordonnées $(-1\,;3)$.

a. Vérifier que H est le milieu de [BF].

b. Montrer que l'équation de (d'), médiatrice du segment [BF], est $y = -x + 2$.

4) a. Montrer que (OB) et (d') sont parallèles.

b. Montrer que le triangle OBF est rectangle isocèle en B.

5) Soit (C) le cercle circonscrit au triangle OBF.

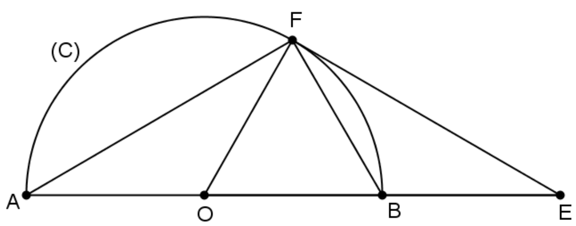
Montrer que le point $E(0\,;2)$ est le centre du cercle (C), et calculer son rayon.

6) Soit K le point de coordonnées $(2\,;2)$ et $L(2\,;0)$ le point d'intersection de (d') avec x'Ox.

Montrer que K est un point du cercle (C), et que (LK) est tangente au cercle (C).

V- (5 points)

Dans la figure ci-contre :



- (C) est un demi-cercle de centre O, de diamètre [AB] et de rayon 2 cm.
- F est un point de (C) tel que BF = 2 cm.
- E est le symétrique de O par rapport à B.

1) Reproduire la figure.

2) Vérifier que $AF = 2\sqrt{3}$ cm.

3) Montrer que (EF) est tangente à (C).

4) Soit L le milieu de [OB]. Montrer que (FL) est perpendiculaire à (OB).

5) T est le point tel que $\overrightarrow{FT} = \overrightarrow{LE}$.

La parallèle menée de T à (OF) coupe [EF] en R et [LE] en G.

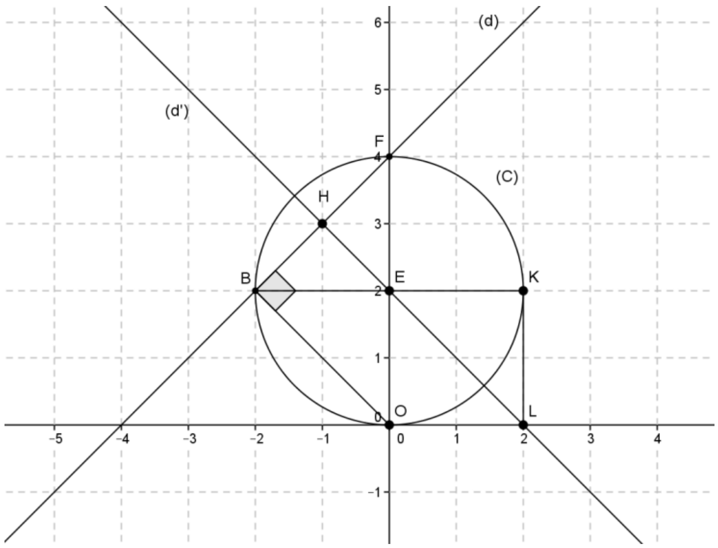
a. Montrer que (TG) est perpendiculaire à (EF).

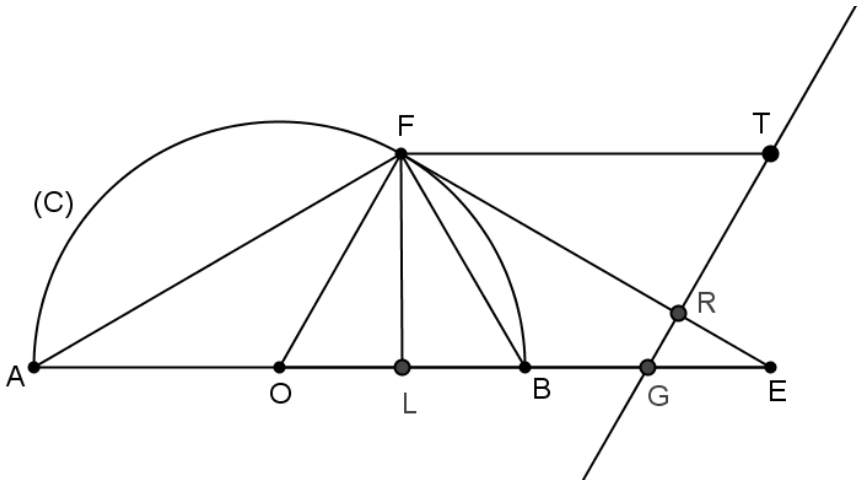
b. Montrer que les deux triangles FLE et GRE sont semblables.

c. Déduire que $\dfrac{EG}{ER} = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

وزارة التربية والتعليم العالي المديرية العامة للتربية دائرة الامتحانات الرسمية	امتحانات الشهادة المتوسطة	دورة العام ٢٠١٨ الاستثنائية السبت ١١ أب ٢٠١٨
عدد المسائل: خمسة	مسابقة في مادة الرياضيات	مشروع اسس التصحيح - فرنسي

Partie de la Q.	Eléments de réponse		Notes
	Question I		
1	15 000 000× 0,89 = 13 350 000 (b)	**0.5 + 0.25**	**0.75**
2	x = $\frac{1}{\sqrt{2}-1}\times\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1}=\sqrt{2}+1$ ou remplacement. (c)	**0.5 + 0.25**	**0.75**
3	$\frac{n}{2}-\frac{3n}{2}=\frac{-2n}{2}=-n$ (b)	**0.5 + 0.25**	**0.75**
4	2y+y=90° alors y =30°, $cos30=\frac{\sqrt{3}}{2}$ (c)	**0.5 + 0.25**	**0.75**
	Question II		
1a	$A(x)=2x^2-6x-(x-3)(x-1)$ $A(x)=2x(x-3)-(x-3)(x-1)$ $A(x)=(x-3)(2x-x+1)$ $A(x)=(x-3)(x+1)$	 **0.25** **0.5** **0.25**	**1**
1b	x = 3 ou x = -1	**0.25 + 0.25**	**0.5**
2	A(x) = $(x-3)(x+1)=x^2+x-3x-3=x^2-2x-3$	**0.25 + 0.25**	**0.5**
3	$\frac{4+9x^2+12x+19}{x^2+x+2}=10$ alors $4+9x^2+12x+19=10x^2+10x+20$ $x^2-2x-3=0$ $A(x)=0$ $donc\ x=3\ (acceptable) ou\ x=-1 (à\ rejeter)$	**0.5** **0.25** **0.25** **0.25** **0.25**	**1.5**
	Question III		
1	$\begin{cases}x-2y=0\\-x+3y=6\end{cases}$ donne : $x=12$; $y=6$	**0.75 + 0.75**	**1.5**
2	Soit x le nombre des garçons et y le nombre des filles . $\begin{cases}x=2y & (0.25)\\x=3(y-2) & (0.25)\end{cases}$ d'où $\begin{cases}x-2y=0\\3y-x=6\end{cases}$ alors x=12 et y=6 **(0.25)** donc le nombre des élèves est 12 + 6 = 18 **(0.25)**	**0.25** **0.25**	**1.5**

Question IV		
1	 **0.25 + 0.25**	**0.5**
2	$F \in (d) car\ y_F = x_F + 4 = 0 + 4 = 4$ **0.25** $B \in (d) car\ y_B = x_B + 4 = -2 + 4 = 2$ **0.25** tracer (d) **0.25**	**0.75**
3a	$x_H = \frac{x_F + x_B}{2}$ $y_H = \frac{y_F + y_B}{2}$ $-1 = \frac{-2+0}{2}$ $3 = \frac{2+4}{2}$ $-1 = -1$ **0.25** $3 = 3$ Donc H milieu de [FB]. **0.25**	**0.5**
3b	$(d') \perp (d)$ car $a_{(d)} \times a_{(d')} = -1$ **0.25** Or: $H \in (d')$ car $y_H = -x_H + 2 = 1 + 2 = 3$ **0.25** Par suite (d')est la médiatrice de [FB] car (d') est perpendiculaire en H milieu de [BF].	**0.5**
4a	$a_{(OB)} = \frac{y_B}{x_B} = -1 = a_{(d')}$ donc (d') // (OB)	**0.5**
4b	$(OB) \perp (d)\ car\ a_{(OB)} \times a_{(d)} = -1\ \ et\ OB = 2\sqrt{2}$ = BF alors OBF est un triangle rectangle isocèle en B. **ou bien ….** **0.25 + 0.5**	**0.75**
5	E est le milieu de l'hypoténuse [OF] donc $x_E = \frac{x_F + x_O}{2} = 0$ **0.25** $y_E = \frac{y_F + y_0}{2} = \frac{4}{2} = 2$ alors E (0;2) **0.25** Rayon = OE = 2 **0.25**	**0.75**
6	EK= 2= rayon donc K ∈ à (C). **0.5** (LK): x=2 // y'oy **0.25** et (EK): y = 2 **0.25** donc (LK) ⊥ (EK) en K alors (LK) est tangente au cercle (C) en K. **0.25** Ou bien : EK = 2 ; KL = 2 ; EL = $2\sqrt{2}$ $EL^2 = EK^2 + KL^2$ donc EKL est un triangle rectangle en K d'après la réciproque du théorème de Pythagore.	**1.25**

Question V		
1		**0.5**
2	AFB est un triangle rectangle en F car c'est un triangle inscrit dans un demi-cercle de diamètre [AB] **0.25** $AF^2 = AB^2 - FB^2 = 16 - 4 = 12$ (Pythagore) **0.25** $AF = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ cm . **0.25** Ou bien : Triangle semi-équilatéral.	**0.75**
3	FB=BE=OB=2 donc OEF est un triangle rectangle car la médiane relative [FB] relative à [OE] vaut sa moitié alors (EF) tangente à (C) en F. ou bien: $\widehat{AFB} = 90^0$ (Calcul d'angles) ou bien ….	**0.75**
4	OFB est un triangle équilatéral or L milieu de [OB] donc [FL] médiane, à la fois hauteur alors (FL) ⊥ (OB)	**0.5**
5a	(TG) // (OF) (par hyp) et (EF) ⊥ (OF) alors (EF) ⊥ (TG)	**0.5**
5b	$\hat{E}$(angle commun) $\widehat{GRE} = \widehat{FLE} = 90°$ alors les deux triangles FLE et GRE sont semblables **0.5 + 0.5**	**1**
5c	Rapport de similitude : $\frac{FL}{GR} = \frac{LE}{RE} = \frac{FE}{GE}$ alors: $\frac{LE}{RE} = \frac{FE}{GE}$ donne: $LE \times GE = RE \times FE$ **0.25 + 0.25** $3 \times GE = RE \times 2\sqrt{3}$ **0.25** $\frac{GE}{RE} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ **0.25**	**1**