

عدد المسائل: أربع	مسابقة في مادة الرياضيات	الاسم:
	المدة: ساعتان	الرقم:

ملاحظة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة).

I- (٤ علامات)

في الفضاء الإحداثي العائد للنظام $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعطي النقطتين $A(0 ; 1 ; 2)$ و $B(2, 0, 2)$ والمستوي (P) ذو

$$\text{المعادلة: } x + 2y - 2 = 0$$

(١) تحقق أن النقطتين A و B تقعان على المستوي (P).

(٢) بين أن معادلة المستوي (Q) الذي يحتوي على المستقيم (AB) ويتعامد مع المستوي (P) هي: $z - 2 = 0$.

(٣) ليكن L : $\begin{cases} x = t + 2 \\ y = 2t \\ z = 2 \end{cases}$ حيث $(t \in \mathbb{R})$ المستقيم المتعامد مع المستوي (P) في النقطة B.

أ. برهن أن المستقيم (L) يقع في المستوي (Q) .

ب. لتكن النقطة E على المستقيم (L) حيث $y_E > 0$.

جد إحداثيات النقطة E حتى يكون المثلث ABE متساوي الساقين وقائم الزاوية عند B .

ج. لتكن النقطة $I\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; 2\right)$ منتصف القطعة المستقيمة [AE]. دائرة (C) في المستوي (Q) مركزه I وتمر في

النقطة B. اكتب نظام معادلات المماس (T) على الدائرة (C) عند النقطة B.

II- (٤ علامات)

قررت إدارة أحد المتاجر تقديم قسائم شرائية مجانية لزبائنهم عند اشتراكهم بلعبة سحب. في سبيل ذلك وضعت جرّة عند مدخل المتجر تحتوي على:

- ثلاث طابات حمراء تحمل كلّ منها العدد 10 000
 - طابتين بيضاويتين تحمل كلّ منهما العدد 30 000
 - طاباة واحدة سوداء تحمل العدد 10 000 -
- يُسمح للزبون بسحب ثلاث طابات من الجرّة عشوائياً ودفعة واحدة.
لتكن الأحداث التالية:

A: "الطابات الثلاث المسحوبة تحمل نفس اللون"

B: "الطابات الثلاث المسحوبة تحمل ثلاثة ألوان مختلفة"

C: "طابتان فقط من بين الطابات الثلاث المسحوبة لهما اللون نفسه"

(١) أ. احسب الاحتمالين $P(A)$ و $P(B)$.

ب. بين أن $P(C) = \frac{13}{20}$

(٢) يحصل الزبون الذي يشارك في السحب، على قسيمة شرائية قيمتها، بالليرة اللبنانية، تساوي مجموع الأعداد الموجودة على الطابات الثلاث التي يسحبها.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي قيمة المبلغ للقسيمة الشرائية التي حصل عليها الزبون.

أ. تحقق أن القيم الممكنة للمتغير العشوائي X هي: 10 000 ، 30 000 ، 50 000 ، 70 000

ب. بين أن $P(X = 50 000) = \frac{7}{20}$

ج. بين أن $P(X > 35 000) = \frac{1}{2}$

د. إذا علمنا أن الزبون يمتلك قسيمة قيمتها الشرائية أكبر من 35 000 LL، احسب احتمال أنه قد سحب من الكيس طاباة واحدة حمراء فقط.

III- (٤ علامات)

في المستوي الإحداثي المركب عائد للنظام $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، تقع النقطتين M و M' للعددين المركبين z و z' ،
حيث أن $z' = \frac{z-5i}{z}$ مع $z \neq 0$.

(١) اكتب z في الصورة القطبية في حال كان $z' = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$.

(٢) لتكن E النقطة ذات العدد المركب $z_E = 1$.

أ. تحقق من أن $z' - 1 = \frac{-5i}{z}$.

ب. احسب EM' عندما يكون $OM = 5$.

(٣) ليكن $z = x + iy$ و $z' = x' + iy'$ حيث أن x و x' و y و y' هي أعداد حقيقية.

أ. بين أن $x' = \frac{x^2+y^2-5y}{x^2+y^2}$ و $y' = \frac{-5x}{x^2+y^2}$.

ب. استنتج، عندما تتحرك النقطة M' على المستقيم ذي المعادلة $y = x$ ، أن النقطة M تتحرك على دائرة محددًا مركزها ونصف قطرها.

IV- (٨ علامات)

لتكن f الدالة المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = 1 - 2e^{-x}$

وليكن (C) التمثيل البياني لهذه الدالة في المستوي الإحداثي العائد للنظام $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(١) جد $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ واحسب $f(-1)$.

(٢) أ. جد $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ واستنتج معادلة المقارب (المحاذاة) (d) للبيان (C).

ب. بين أن (C) أسفل (d) لكل قيم المتغير x .

(٣) يقطع الرسم البياني (C) المحور الإحداثي- x في النقطة A والمحور الإحداثي- y في النقطة B .
جد إحداثيات النقطتين A و B .

(٤) أ. احسب $f'(x)$ وانشئ جدول التغير للدالة f .

ب. ارسم (C) و (d).

(٥) أ. برهن أن للدالة f دالة عكسية g .

ب. حدد مجال g .

ج. تحقق من أن $g(x) = \ln(2) - \ln(1-x)$.

(٦) يمثل (C') الرسم البياني للدالة العكسية g .

أ. جد معادلة المماس (T) للرسم البياني (C) في النقطة F ذات الإحداثي الأول $(x=0)$.

ب. ارسم البيان (C') و (T) في نفس المستوي الإحداثي حيث توجد (C).

(٧) احسب مساحة المنطقة المحددة بالبيان (C') ومحوري الإحداثيات.