ملاحظة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشّح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة).

مسابقة في مادة الرياضيات

المدة: ساعتان

باللغة الفرنسية

الاسم : ....

الرقم : ....

I- (4 points)

Chaque mois, un restaurant distribue des brochures publicitaires.

Le tableau ci-dessous représente le nombre de brochures distribuées (y_i) en milliers et le coût de distribution mensuel (x_i) en centaines de milliers LL.

Coût de distribution (x_i) en centaines de milliers LL	1	3,5	2	5	1,5	2,4
Nombre de brochures distribuées (y_i) en milliers.	1,2	6,4	2,6	7,2	2,1	3,2

1) **Trouver** les coordonnées du point moyen $G(\overline{x};\overline{y})$.
2) **- Représenter** le nuage des points $(x_i;y_i)$

   - placer le point G dans un repère orthogonal.
3) **- Ecrire** une équation de la droite de régression $(D_{y/x})$

   - tracer cette droite dans le même repère orthogonal.
4) **- Trouver** le coefficient de corrélation <u>r</u>

   - interpréter la valeur ainsi trouvée.
5) Le modèle ci-dessous reste valable pour l'année 2018.

Mois	Janvier 2018	Février 2018	Mars 2018	Avril 2018	Mai 2018	Juin 2018
Coût de distribution (x_i) en centaines de milliers LL	1	3,5	2	5	1,5	2,4
Nombre de brochures distribuées (y_i) en milliers.	1,2	6,4	2,6	7,2	2,1	3,2

La direction du restaurant reçoit une offre publicitaire pour le mois de Juillet 2018.

<u>Cette offre</u> indique **« 4 000 brochures distribuées pour seulement 250 000 LL** »

Justifier que <u>cette offre</u> est mieux que le modèle de <u>la droite de régression</u> $(D_{y/x})$

II- (4 points)

On choisit un élève au hasard de la troisième année secondaire d'une certaine école.

Considérons les évènements suivants :

E : « l'élève choisi est de la section SE », G : « l'élève choisi est de la section SG »,

V : « l'élève choisi est de la section SV », R : « l'élève choisi a réussi à l'examen officiel ».

En 2017, les élèves de la troisième année secondaire d'une certaine école sont répartis comme suit:

	E	G	V	Total
R	12 %	8 %		60 %
$\overline{R}$				
Total	50 %	10 %	40 %	100 %

1) a- **Calculer** les probabilités $P(E \cap R)$ et $P(G \cap R)$.

   b- **Prouver** que $P(V \cap R) = 0,22$.

2) L'élève choisi a réussi à l'examen officiel.

   Calculer la probabilité que cet élève soit de la section SV.

Partie B

En 2017, il y a 50 élèves en troisième année secondaire dans cette école.

Un logiciel a choisi simultanément et au hasard les noms de 3 élèves de ces 50 élèves.

On admet que la répartition ci-dessus devient comme suit:

	E	G	V	Total
R	6	4		
$\overline{R}$				20
Total	25	5	20	50

1) **Vérifier** que 30 élèves de cette école ont réussi à l'examen officiel.

2) Soit X la variable aléatoire égale au nombre des élèves qui ont réussi à l'examen officiel parmi les trois noms choisis des élèves.

   a- **Calculer** $P(X = 1)$.

   b- **Calculer** la probabilité de choisir au moins un nom d'élève qui a réussi à l'examen officiel.

III- (4 points)

Au début de l'année 2015, Nabil dépose, dans une banque, une somme de 60 millions LL, à un taux d'intérêt annuel de 6 % capitalisé annuellement.

Au début de chaque année, après la capitalisation des intérêts, Nabil ajoute une somme de 3 000 000 LL au même compte.

Pour tout entier naturel n, on note S_n la somme obtenue, en millions LL, dans le compte de Nabil à la fin de l'année (2015 + n), alors on a : $S_0 = 60$ et $S_{n+1} = 1,06S_n + 3$.

1) **Calculer** le montant que Nabil aura dans son compte à la fin de l'année 2016.
2) Pour tout entier naturel n, soit (V_n) la suite définie par $V_n = S_n + 50$.
   a- **Montrer** que (V_n) est une suite géométrique de raison q=1,06 et de premier terme V_0=110.
   b- **Montrer** que $S_n = 110 \times (1,06)^n - 50$ pour tout entier naturel n.
   c- **Montrer** que la suite (S_n) est strictement croissante.
3) **Calculer** la somme d'argent obtenue dans le compte de Nabil à la fin de l'année 2020.
4) **Calculer** n pour que $S_n \geq 90$

IV-(8 points)

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $I = [1;+\infty[$ par $f(x) = (10x - 10)e^{-x}$ et on désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

Partie A

1) **- Déterminer** $\lim_{x \to +\infty} f(x)$.
   - Déduire une asymptote à (C).
2) - **Montrer** que $f'(x) = 10(-x + 2)e^{-x}$
   - **Dresser** le tableau de variations de f.
3) **Tracer** (C).
4) La fonction F définie sur I par $F(x) = -10xe^{-x}$ est une primitive de f.
   Calculer l'aire du domaine limité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les deux droites d'équations $x = 2$ et $x = 4$.

Partie B

Une entreprise fabrique un certain type d'objet.

La fonction de la demande f et la fonction de l'offre g, définies sur l'intervalle $J=[2;10]$, sont modélisées respectivement par $f(x)=(10x-10)e^{-x}$ et $g(x)=e^{x-4}$ où f(x) et g(x) sont exprimées en milliers d'objets

et x est le prix unitaire en millions LL. *(Le prix unitaire est le prix de 1 000 objets).*

1) **Calculer** le nombre d'objets demandés pour un prix unitaire de 3 000 000 LL.
2) **Déterminer** le prix unitaire pour une offre de 1 000 objets.
3) L'équation $f(x)=g(x)$ admet sur J une solution unique α. On suppose que $\alpha=3{,}635$.

   a- **- Donner** une interprétation économique de α

   - Calc**u**ler le nombre d'objets correspondants.

   b- **Calculer**, en LL, le revenu correspondant à la valeur de α donnée ci-dessus.
4) On désigne par E(x) l'élasticité de la demande par rapport au prix unitaire x.

   a- **Montrer** que $E(x)=\dfrac{-x^2+2x}{x-1}$.

   b- A partir d'un prix unitaire x_0 en millions LL, si ce prix augmente de 1 % alors la demande diminue de 1,5 %. **Calculer** x_0.