وزارة التربية والتعليم العالي
المديريّـة العامة للتربية
دائرة الامتحانات الرسمية

امتحانات الشهادة المتوسطة

دورة العام ٢٠١٨ العادية
السبت ٢ حزيران ٢٠١٨

عدد المسائل: خمس	مسابقة في مادة الرياضيات المدة: ساعتان	الاسم: الرقم:

إرشادات عامة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات أو رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة.

I - (2 points)

Dans le tableau ci-dessous, une seule des réponses proposées à chaque question est correcte.
Ecrire le numéro de la question et donner, **en justifiant**, la réponse correspondante.

N°	Questions	Réponses proposées		
		a	b	c
1	$\frac{1}{3}-\frac{1}{3}\times\frac{6}{7}=$	0	$\frac{1}{21}$	$\frac{6}{7}$
2	$\left(3+\sqrt{5}\right)^2-14=$	$9+\sqrt{5}$	0	$6\sqrt{5}$
3	les cinq notes sur 20 d'un élève sont: 10 ; 12 ; 13 ; 16 et 19. Sa note moyenne est :	13	14	14,5
4	<table><tr><td>x</td><td>$\sqrt{2}$</td></tr><tr><td>$\sqrt{2}$</td><td>4</td></tr></table>Le tableau ci-dessus est un tableau de proportionnalité pour x =	4	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$

II - (3,5 points)

On donne $A(x)=(3x-2)^2-(2x-1)(3x-2)$ et $B(x)=9x^2-4$

1) a. Vérifier que $A(x)=(3x-2)(x-1)$.

b. Résoudre l'équation $A(x)=0$.

2) Factoriser $B(x)$.

3) Soit $F(x)=\dfrac{(3x-2)(3x+2)}{A(x)}$.

a. Pour quelles valeurs de x, F(x) est-elle définie?

b. Simplifier F(x).

c. L'équation $F(x)=-12$ admet-elle une solution? Justifier.

III- (3,5 points)

1) Résoudre le système suivant: $\begin{cases}2x+5y=50\,000\\2x+3y=38\,000\end{cases}$

2) Au musée, 2 adultes et 5 enfants achètent des billets et paient 50 000 LL;
4 adultes et 6 enfants paient 76 000 LL.

a. Montrer que les informations précédentes se traduisent par le système donné dans la question **1).**

b. Trouver le prix du billet d'un adulte et celui d'un enfant.

3) Pour un groupe de 30 enfants et de 4 adultes, la direction de ce musée décide d'offrir une réduction de 25% sur la somme totale des billets achetés. Calculer alors la somme payée.

IV- (5,5 points)

Dans un repère orthonormé d'axes x'Ox et y'Oy, on donne les points $A(-1;0)$ et $B(1;4)$.

Soit (d) la droite d'équation $y = 2x + 2$.

1) **a**. Vérifier que A et B sont deux points de la droite (d).

b. Placer les points A et B puis tracer (d).

2) Soit I le point d'intersection de (d) avec l'axe y'Oy.

a. Calculer les coordonnées de I.

b. Vérifier que I est le milieu de [AB].

3) Soit (d') la médiatrice de [AB].Vérifier que l'équation de (d') est $y = -\frac{1}{2}x + 2$.

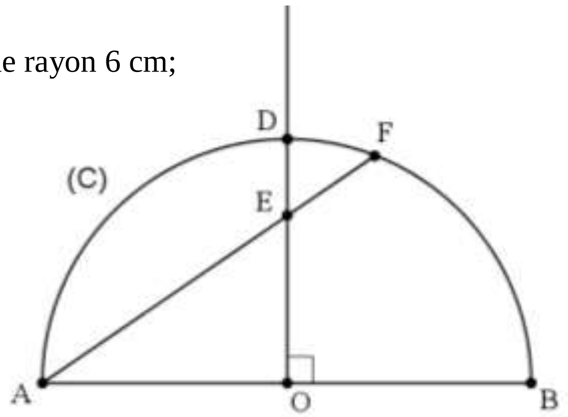
4) On considère le point $M(4;0)$. Montrer que le triangle MAB est isocèle de sommet principal M.

5) Soit K le translaté de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{MA}$.

Montrer que le quadrilatère MBKA est un losange.

V- (5,5 points)

Dans la figure ci-contre:



- (C) est un demi-cercle de diamètre [AB], de centre O et de rayon 6 cm;
- La médiatrice de [AB] coupe (C) en D;
- E est un point du segment [OD] tel que $OE = 4$ cm;
- (AE) coupe (C) en F.

1) Reproduire la figure.

2) Vérifier que $AE = 2\sqrt{13}$ cm.

3) **a.** Montrer que AFB est un triangle rectangle en F.

b. Démontrer que les deux triangles AOE et AFB sont semblables.

c. En déduire la valeur de $AE \times AF$.

4) La droite (BF) coupe la droite (OD) en K et la droite (BE) coupe la droite (AK) en I.

a. Démontrer que la droite (BE) est perpendiculaire à la droite (AK).

b. En déduire que I est un point de (C).

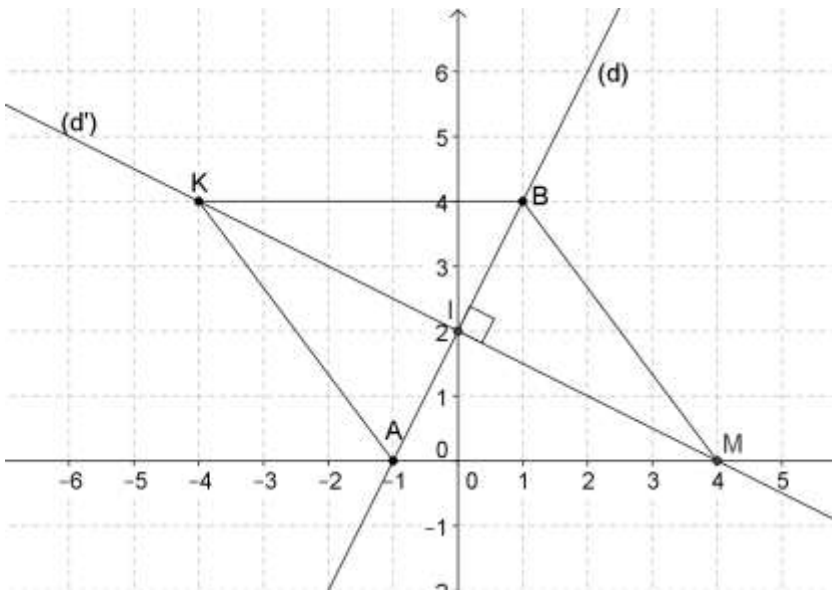
5) La tangente en A à (C) coupe la droite (BE) en S.

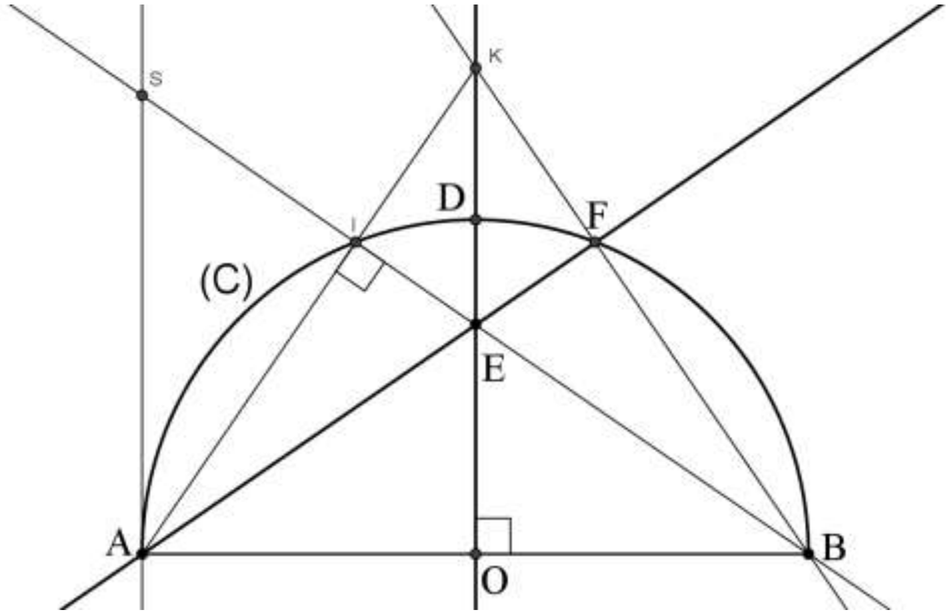
a. Montrer que E est le milieu de [BS].

b. En déduire que $BS = 4\sqrt{13}$ cm.

عدد المسائل: خمس — مسابقة في مادة الرياضيات — مشروع اسس التصحيح - فرنسي

Partie de la Q.	Eléments de réponse	Notes
	Question I	
1	$\frac{1}{3}-\frac{1}{3}\times\frac{6}{7}=\frac{1}{3}-\frac{2}{7}=\frac{7-6}{21}=\frac{1}{21}$ (b) **0.25 + 0.25**	**0.5**
2	$\left(3+\sqrt{5}\right)^2-14=9+6\sqrt{5}+5-14=6\sqrt{5}$ (c) **0.25 + 0.25**	**0.5**
3	la moyenne $=\frac{10+12+13+16+19}{5}=14$ (b) **0.25 + 0.25**	**0.5**
4	$\frac{x}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{4}$ donc : $4x=2$; $x=\frac{1}{2}$ (b) **0.25 + 0.25**	**0.5**
	Question II	
1	$A(x)=(3x-2)^2-(2x-1)(3x-2)$ $A(x)=(3x-2)[(3x-2)-(2x-1)]$ **0.25** $A(x)=(3x-2)(3x-2-2x+1)$ **0.25** $A(x)=(3x-2)(x-1)$ **0.25**	**0.75**
2a	$A(x)=0$ $(3x-2)(x-1)=0$ donne $3x-2=0$ ou $x-1=0$ **0.25** $x=\frac{2}{3}$ ou $x=1$ **0.25**	**0.5**
2b	$B(x)=9x^2-4=(3x-2)(3x+2)$	**0.5**
3a	$\mathrm{F(x)}=\frac{\mathrm{B(x)}}{\mathrm{A(x)}}=\frac{(3x-2)(3x+2)}{(3x-2)(x-1)}$; F(x) est définie si $x\neq\frac{2}{3}$ et $x\neq1$ **0.25 + 0.25**	**0.5**
3b	$\mathrm{F(x)}=\frac{3x+2}{x-1}$	**0.25**
3c	$\mathrm{F(x)}=-12$ $\frac{3x+2}{x-1}=-12$ donne $x=\frac{10}{15}=\frac{2}{3}$ (à rejeter car F(x) n'est pas définie en $x=\frac{2}{3}$). $\mathrm{F(x)}=-12$ n'admet pas donc de solutions. **0.25 + 0.5 + 0.25**	**1**
	Question III	
1	$\begin{cases}2x+5y=50\,000\\2x+3y=38\,000\end{cases}$ donne : $x=10\,000$; $y=6\,000$	**1**
2a	Soit x le prix d'un billet d'un adulte. **0.25** et y le prix d'un billet d'un enfant. **0.25** $\begin{cases}2x+5y=50\,000\\4x+6y=76\,000 \quad \div 2\end{cases}$ d'où $\begin{cases}2x+5y=50\,000\\2x+3y=38\,000\end{cases}$ **0.25 + 0.25**	**1**
2b	D'après question 1) ; $x=10\ 000$; $y=6\ 000$. Le prix d'un billet d'un adulte est 10 000 LL. **0.25** celui d'un enfant est 6 000 LL. **0.25**	**0.5**
3	$30\times6\,000+4\times10\,000=220\,000$ LL **0.5** $220\,000\times0.75=165\,000$ LL **0.5** Après réduction la somme payée sera 165 000 LL.	**1**

Question IV		
1a	$y_A = 2x_A + 2$ $0 = 2(-1) + 2$ $0 = 0$ donc A est un point de (d). **0.25** $y_B = 2x_B + 2$ $4 = 2(1) + \mathbf{2}$ $4 = 4$ donc B est un point de (d). **0.25**	**0.5**
1b	 **0.25 + 0.25 + 0.25**	**0.75**
2a	$I \in y'oy$ alors $x_I = 0$ **0.25** $I \in (d)$ alors $y_I = 2x_I + 2 = 2(0) + 2 = 2$ **0.5** Donc $I(0; 2)$	**0.75**
2b	$x_I = \frac{x_A + x_B}{2}$ $0 = \frac{-1+1}{2}$ $0 = 0$ **0.25** $y_I = \frac{y_A + y_B}{2}$ $2 = \frac{0+4}{2}$ $2 = 2$ Donc I milieu de [AB]. **0.25**	**0.5**
3	(d') est la médiatrice de [AB] alors (d') est perpendiculaire au milieu de [AB]. $(d') \perp (d)$ alors $a_{(d)} \times a_{(d')} = -1$ donc $a_{(d')} = -\frac{1}{2}$ **0.25 + 0.25** $I \in (d')$ alors $y_I = -\frac{1}{2}x_I + b$ donc b = 2 d'où $(d'): y = -\frac{1}{2}x + 2$ **0.25 + 0.25**	**1**
4	$M \in (d')$ car $y_M = -\frac{1}{2}x_M + 2$ donc MA = MB car tout point de la médiatrice …. **0.5 + 0.5** ou bien MA = 5 et MB = 5…..	**1**
5	$\overrightarrow{BK} = \overrightarrow{MA}$ par translation donc MBKA est un parallélogramme. **0.5** De plus : MA = MB alors MBKA est un losange. **0.5**	**1**

Question V			
1			0.5
2	OEA est un triangle rectangle en O. $AE^2 = OA^2 + OE^2 = 36 + 16 = 52$ (Pythagore) $AE = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$ cm	**0.25** **0.25** **0.25**	**0.75**
3a	AFB est un triangle rectangle en F car il est inscrit dans un demi-cercle de diamètre [AB].	**0.5**	**0.5**
3b	Les deux triangles AOE et AFB ont : $\widehat{AOE} = \widehat{AFB} = 90^0$ $\widehat{OAE} = \widehat{FAB}$ (angle commun) Alors ils sont semblables	 **0.5** **0.25** 	**0.75**
3c	$\frac{OA}{AF} = \frac{AE}{AB} = \frac{OE}{FB}$ (rapport de similitude) $AE \times AF = AO \times AB = 6 \times 12 = 72.$	**0.25** **0.25**	**0.5**
4a	Dans le triangle AKB on a : [AF] est le premier segment-hauteur**.** [KO] est le deuxième segment-hauteur. [AF] et [KO] se coupent en E qui est l'orthocentre de ce triangle. [BS] passant par E est le troisième segment-hauteur. Donc : (BE) $\perp$ (AK)	 **0.25** **0.25** **0.25** 	**0.75**
4b	AIB est un triangle rectangle en I alors il est inscrit dans un demi-cercle de diamètre [AB]. par suite I est un point de (C).		**0.5**
5a	Dans le triangle ASB, on a : O milieu de [AB] (OE) // (AS) (Deux droites perpendiculaires à une même troisième) par suite : E milieu de [BS] (Réciproque du théorème des milieux)	 **0.25** **0.25** **0.25**	**0.75**
5b	$AE = \frac{BS}{2}$ (médiane relative à l'hypoténuse) alors : BS = 2 AE = $4\sqrt{13}$ cm.	**0.25** **0.25**	**0.5**