

الاسم: الرقم:	مسابقة في مادة الرياضيات المدة: ساعة	عدد المسائل: ثلاث
------------------	---	-------------------

ملاحظة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة).

I- (5 points)

Rami et Bassem sont deux clients d'une même boutique.

Un jour, Rami a acheté 3 chemises et 2 cravates et a payé 130 000 LL.

Alors que Bassem a acheté 2 chemises et 3 cravates et a payé 120 000 LL.

- 1) Calculer le prix d'une chemise et celui d'une cravate.
- 2) Durant une période de réduction, la boutique réduit de 20% le prix de chaque chemise.
 - a) Quel est le prix d'une chemise après cette réduction ?
 - b) Rami vient à la boutique durant la période de réduction et achète 5 chemises et n cravates. Calculer n sachant qu'il a payé 200 000 LL pour cet achat.

II- (5 points)

Une enquête est menée auprès d'une population formée de 40 hommes et 60 femmes sur l'utilisation de trois genres de savons A, B et C. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant :

	Savon A	Savon B	Savon C
Hommes	20	5	15
Femmes	15	20	25

On interroge au hasard une personne de cette population.

On considère les événements suivants :

A : « la personne interrogée utilise le savon A ».

B : « la personne interrogée utilise le savon B ».

H : « la personne interrogée est un homme ».

- 1) Calculer les probabilités suivantes :

$$P(H) ; P(A \cap H) ; P(A / H) ; P(B \cup H) \text{ et } P(\bar{B})$$

- 2) La personne interrogée n'utilise pas le savon A. Calculer la probabilité que cette personne soit un homme.

III- (10 points)

On considère la fonction f définie sur $] - \infty; 1[$ par:

$$f(x) = \frac{4x^2 - x + 1}{x - 1}$$

(C) est la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- 1) Déterminer $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} f(x)$ et déduire une équation d'une asymptote (d) à (C).
- 2) a) $f(x)$ peut s'écrire sous la forme $f(x) = 4x + 3 + \frac{m}{x - 1}$. Calculer le réel m .
 b) Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
 c) Montrer que la droite (D) d'équation $y = 4x + 3$ est une asymptote à (C).
- 3) Démontrer que, pour tout x de $] - \infty; 1[$, on a : $f'(x) = \frac{4x(x - 2)}{(x - 1)^2}$.
- 4) Recopier et compléter le tableau de variations de f ci-dessous.

x	$-\infty$	0	1
f'(x)		○	
f(x)			

- 5) Ecrire une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse -1.
- 6) Tracer (d), (D) et (C).
- 7) Résoudre graphiquement $f(x) \leq -1$.
- 8) Résoudre l'équation $f(x) = 4x$.

QI	Corrigé	Note
1	Le prix d'une chemise $x = 30000$ L.L et Le prix d'une cravate $y = 20000$ L.L	2
2a	Le prix d'une chemise après la réduction est $3000(1-0.2) = 24000$ L.L	$1\frac{1}{2}$
2b	$5(24000) + 20000 n = 20000$ alors $n = 4$	$1\frac{1}{2}$

QII	Corrigé	Note
1	$P(H) = \frac{40}{100} = 0,4$; $P(A \cap H) = 0,2$; $P(A/H) = \frac{20}{40} = 0,5$ $P(B \cup H) = \frac{15+20+25+5}{100} = 0,65$ $P(\bar{B}) = 0,75$	4
2	$P(H/\bar{A}) = \frac{20}{65}$	1

QIII	Corrigé	Note												
1a	$\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} f(x) = -\infty$ (d) : $x = 1$	1												
2a	$f(x) = 4x + 3 + \frac{m}{x-1} = \frac{4x^2 - x + 1}{x-1}$ alors $-3+m=1$ donc $m=4$	1												
2b	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$	$1/2$												
2c	$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - y_d] = 0$	$1/2$												
3	$f'(x) = \frac{4x(x-2)}{(x-1)^2}$	1												
4	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>f'(x)</td> <td></td> <td>+</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>$-\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	0	1	f'(x)		+	-	f(x)	$-\infty$	-1	$-\infty$	$1\frac{1}{2}$
x	$-\infty$	0	1											
f'(x)		+	-											
f(x)	$-\infty$	-1	$-\infty$											
5	$f(-1) = -3$ et $f'(-1) = 3$ l'équation de (T) : $y = 3x$	1												

6		1 ½
7	$x \in] - \infty ; 1 [$	1
8	$f(x) = 4x = \frac{4x^2 - x + 1}{x - 1}$ $x = -\frac{1}{3}$	1