عدد المسائل: أربع	مسابقة في مادة الرياضيات المدة: ساعتان	الاسم: الرقم:

ملاحظة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات أو رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة).

I- (٤ علامات)

في الفضاء الاحداثي العائد للنظام $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، تقع النقاط $A(9; -1; 4)$ و $B(5; 1; 2)$ و $C(3; 2; 2)$

والمستوي (P) المشكل من النقاط A و B و C ذو المعادلة $x + 2y - 7 = 0$.

١) ليكن (Q) المستوي المار بالنقطتين A و B والمتعامد مع المستوي (P). تحقق أن معادلة (Q) هي $2x - y - 5z + 1 = 0$.

٢) ليكن المستقيم (d) هو التقاء المستويين (P) و (Q). اكتب معادلات المستقيم (d).

٣) ليكن (L) هو المستقيم ذو المعادلات: $(t \in \mathbb{R})$ $\begin{cases} x = -t + 6 \\ y = -2t + 3 \\ z = 2 \end{cases}$.

أ- تحقق أن المستقيم (L) يمر بالنقطة B.

ب- تحقق أن (L) يوجد في (Q) وان (L) يتعامد مع (d).

ج- حدد احداثيات النقطة E الواقعة على (L) بحيث أن مساحة المثلث BCE تساوي 5 وحدات مربعة. $(y_E > 0)$

II- (٤ علامات)

يحتوي وعاء U على ١٠ طابات:

- **خمس طابات بيضاء** مرقمة ١، ٢، ٣، ٤، ٥.
- **ثلاث طابات سوداء** مرقمة ٦، ٧، ٨.
- **طابتين خضراوين** مرقمتين ٩، ١٠.

القسم A

يسحب لاعب طابتين من الوعاء U دفعة واحدة وعشوائيًا.
لتكن الأحداث التالية:

A: "الطابتان المسحوبتان تحملان عددين فرديين".
B: "الطابتان المسحوبتان لهما نفس اللون".
C: "الطابتان المسحوبتان لهما نفس اللون وتحملان عددين فرديين".
D: "الطابتان المسحوبتان لهما لونين مختلفين وتحملان عددين فرديين".

١) احسب الاحتمال P(A) وتحقق أن $P(B) = \dfrac{14}{45}$.

٢) أ- أحسب الاحتمال P(C).
ب- هل أن الحدثان A و B مستقلان؟ برر اجابتك.

٣) تحقق أن $P(D) = \dfrac{7}{45}$.

٤) علمًا أن اللاعب قد سحب طابتين من لونين مختلفين، فما احتمال ان تحمل هاتان الطابتان عددين فرديان.

القسم B

في هذا الجزء من المسألة يسحب اللاعب من الوعاء طابتين على التوالي ومع الاعادة. يسجل اللاعب +١ نقطة لكل طابة بيضاء، ١- نقطة لكل طابة سوداء وصفر نقطة لكل طابة خضراء.
أحسب احتمال ان يكون مجموع نقاط اللاعب صفر.

III- (٤ علامات)

في المستوي الاحداثي المركب العائد للنظام $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$، تقع النقاط A و M و M' ذوو الاعداد المركبة 2i و z و z' على التوالي بحيث أن $z'=\dfrac{2i-z}{iz}$ مع $z\neq 0$. لتكن النقطة B منتصف القطعة المستقيمة [OA].

١) عندما تكون $z = 1 + i$، اكتب z' على الصورة الجبرية.

٢) أ- بين ان $OM'=\dfrac{AM}{OM}$.

ب- لنفترض ان M تتحرك على المستقيم (d) ذو المعادلة $y = 1$. برهن ان M' تتحرك على دائرة مركزها O على ان يتم تحديد نصف قطرها.

٣) تحقق أن $z'-i=\dfrac{2}{z}$.

٤) لتكن $z = e^{-i\frac{\pi}{4}}$.

أ- أكتب $z' - i$ على الصورتين القطبية والجبرية.

ب- برهن أن المستقيمين (OM) و (BM') متعامدين.

IV- (8 علامات)

لتكن f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x + 2 - 2e^x$. نرمز بالحرف (C) الى بيان هذه الدالة في المستوي الاحداثي $(O\,;\vec{i},\vec{j})$.

١) أ- حدد النهاية $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب- برهن ان المستقيم (D) ذو المعادلة $y = x + 2$ هو مقارب للبيان (C).

ج- برهن ان البيان (C) يقع تحت المستقيم (D).

٢) حدد النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ وأحسب $f(1.5)$.

٣) أحسب $f'(x)$ وانشئ جدول التغير للدالة f.

٤) برهن ان المعادلة $f(x) = 0$ لديها في $\mathbb{R}$ جذرين فقط، هما ٠ و α. تحقق أن $-1.6 < \alpha < -1.5$.

٥) ارسم المستقيم (D) والبيان (C).

٦) لتكن $A(\alpha)$ هي مساحة المنطقة المحددة بالبيان (C) والمحور الافقي (محور x).

برهن أن: $A(\alpha)=\left(-\dfrac{\alpha^2}{2}-\alpha\right)$ وحدة مربعة.

٧) لتكن g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ حسب المعادلة: $g'(x) = -2f(x)$.

يمثل احد البيانين (H) و (L) ادناه الدالة g في المستوي الاحداثي. حدد هذا البيان وبرر اجابتك.