ملاحظة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشّح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة).

I- (4 points)

Les résultats d'une enquête menée par un grand magasin sur l'évolution du prix x_i d'un laptop et le nombre y_i de laptops vendus sont donnés dans le tableau suivant :

Prix d'un laptop : x_i en **millions** LL	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1
Nombre de laptops vendus : y_i	5	7	10	14	20

A-

1) Déterminer le point moyen $G(\overline{x};\overline{y})$ de la série $(x_i\,;y_i)$ et écrire une équation de la droite de régression $(D_{y/x})$.
2) Représenter le nuage des points $(x_i\,;y_i)$ dans un repère orthogonal.
   Placer le point G et tracer $(D_{y/x})$ dans le même repère.
3) On suppose que le modèle précédent reste valable jusqu'au prix de 800 000 LL.
   Estimer le nombre de laptops vendus pour un prix de 900 000 LL.

B-

1) En utilisant le tableau donné ci-dessus, montrer que le revenu résultant de la vente des 56 laptops est 69 100 000 LL.
2) Sachant que le magasin a acheté le laptop à 850 000 LL, calculer le profit réalisé par ce magasin lors de la vente de ces 56 laptops.

II- (4 points)

Dans un club sportif,

- 60% des membres sont des hommes
- 25% des hommes pratiquent la natation
- 24% des membres de ce club pratiquent la natation.

On choisit un membre au hasard de ce club.

On considère les évènements suivants :

H : « le membre choisi est un homme ».
F : « le membre choisi est une femme ».
N : « le membre choisi pratique la natation ».

1) a- Calculer la probabilité $P(H\cap N)$.
   b- Vérifier que $P(H\cap\overline{N})=0{,}45$ et en déduire $P(F\cap\overline{N})$.
2) Sachant que le membre choisi ne pratique pas la natation, calculer la probabilité que ce membre soit une femme.
3) Chaque membre qui pratique la natation paie un frais annuel de 3 000 000 LL.
   Chaque homme qui ne pratique pas la natation paie un frais annuel de 2 500 000 LL.
   Chaque femme qui ne pratique pas la natation paie un frais annuel de 2 300 000 LL.
   On note X la variable aléatoire égale à la somme annuelle payée par chaque membre.
   a- Déterminer la loi de probabilité de X.
   b- 500 membres sont inscrits dans ce club sportif. Estimer le revenu annuel réalisé par ce club.

III- (4 points)

Une usine F produit du lait.

Au mois de Janvier 2014, la production de l'usine F est de 500 000 litres et cette production augmente de 1% chaque mois.

Pour tout entier naturel non nul n, on désigne par U_n la production, en litres, de cette usine pour le nième mois. Ainsi $U_1 = 500\,000$.

A- 1) Montrer que $U_n = 500\,000 \times (1{,}01)^{n-1}$.

2) Soit $S_n = U_1 + U_2 + \ldots\ldots + U_{n-1} + U_n$.

Sachant que $S_n = 50\,000\,000 \times (1{,}01)^n - 50\,000\,000$, après combien de mois la production totale de cette usine dépassera-t-elle pour la première fois 30 000 000 litres ? Justifier.

B- Une autre usine G produit aussi du lait. Au mois de Janvier 2014, la production de cette usine G est de 350 000 litres et cette production augmente de 10 000 litres chaque mois.

Pour tout entier naturel non nul n, on désigne par V_n la production, en litres, de cette usine pour le nième mois. Ainsi $V_1 = 350\,000$.

1) Montrer que (V_n) est une suite arithmétique et que $V_n = 10\,000\,n + 340\,000$.

2) Laquelle des deux usines produira-t-elle plus de lait pour le mois d'Août 2017 ? Justifier.

IV- (8 points)

A- Soit f et g les fonctions définies sur $[0;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{x+2}{1+e^x}$ et $g(x) = \dfrac{e^x}{10}$. On désigne par (C) la courbe représentative de f et par (G) la courbe représentative de g dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) a- Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. En déduire une asymptote à (C).

b- Montrer que $f'(x) = \dfrac{1 - xe^x - e^x}{(1+e^x)^2}$ puis recopier et compléter le tableau de variations de f ci-contre

x	0	$+\infty$
$f'(x)$	—	
$f(x)$		

c- Tracer (C).

2) a- Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$. Calculer $g(3)$ et $g(4)$.

b- Calculer $g'(x)$ puis dresser le tableau de variations de la fonction g.

3) Les courbes (C) et (G) se coupent en un seul point E d'abscisse α. Vérifier que $1{,}72 < \alpha < 1{,}73$.

4) Tracer (G) dans le même repère que celui de (C).

B- Une entreprise produit des vases.

La fonction de demande et la fonction d'offre sont modélisées respectivement par: $f(p) = \dfrac{p+2}{1+e^p}$ et $g(p) = \dfrac{e^p}{10}$ où p est le prix unitaire exprimé en dizaines de milliers de LL, $f(p)$ et $g(p)$ exprimées en milliers de vases avec $p \in [0{,}5\ ;\ 4]$.

1) Le prix de vente d'un vase s'élève à 25 000 LL. Estimer le nombre de vases demandé.

2) On suppose que $\alpha = 1{,}725$. Donner une interprétation économique de α.

3) $E(p)$ représente l'élasticité de la demande par rapport au prix p.

a- Calculer $E(2)$. La demande est-elle élastique pour $p = 2$? Justifier.

b- Donner une interprétation économique de $E(2)$.

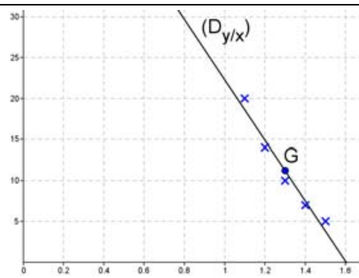
وزارة التربية والتعليم العالي
المديرية العامة للتربية
دائرة الامتحانات الرسميّة

امتحانات الشهادة الثانوية العامة
فرع: الاجتماع والاقتصاد

دورة العام ٢٠١٧ الاستثنائيّة
الاثنين في ٧ آب ٢٠١٧

عدد المسائل: اربع

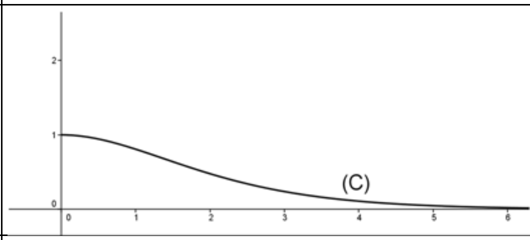
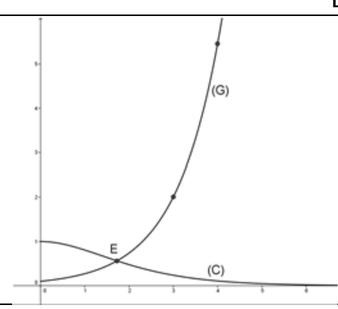
أسس التصحيح

I		Eléments de réponses	Note
A	1	$\overline{x}=1{,}3$; $\overline{y}=11{,}2$ et $\left(D_{y/x}\right): y=-37x+59{,}3$	1,5
	2		2
	3	Pour $x=0{,}9$ donc $y=-37(0{,}9)+59{,}3=26$ alors 26 Laptops	1
B	1	$5\times1{,}5+7\times1{,}4+10\times1{,}3+14\times1{,}2+20\times1{,}1=69{,}1$ alors 69 100 000 LL	1,5
	2	69 100 000 - $56\times850\ 000=21\ 500\ 000$ LL	1

II		Eléments de réponses	Note
1	a	$P(H\cap N)=P(H)\times P\left(N/H\right)=0{,}6\times0{,}25=0{,}15.$	1
	b	$P(H\cap\overline{N})=P(H)-P(H\cap N)=0{,}6-0{,}15=0{,}45$ ou bien $P(H\cap\overline{N})=P(H)\times P\left(\overline{N}/H\right)=0{,}6\times(1-0{,}25)=0{,}45$ $P(F\cap\overline{N})=P(\overline{N})-P(H\cap\overline{N})=(1-0{,}24)-0{,}45=0{,}31$	1,5
2		$P\left(F/\overline{N}\right)=\dfrac{P(F\cap\overline{N})}{P(\overline{N})}=\dfrac{0{,}31}{0{,}76}=\dfrac{31}{76}$	1,5
3	a	$X=\{2\ 300\ 000\ ;\ 2\ 500\ 000\ ;\ 3\ 000\ 000\}$ donc $P(X=\ 2\ 300\ 000)=P(F\cap\overline{N})=0{,}31$ $P(X=\ 2\ 500\ 000)=P(H\cap\overline{N})=0{,}45$ et $P(X=\ 3\ 000\ 000)=P(N)=0{,}24.$	2
	b	$E(X)=\sum x_ip_i=2\ 300\ 000\times0{,}31+2\ 500\ 000\times0{,}45+3\ 000\ 000\times0{,}240=2\ 558\ 000$ alors $R=500\times E(X)=500\times2\ 558\ 000=1\ 279\ 000\ 000$ LL.	1

III		Eléments de réponses	Note
A	1	$U_{n+1}=U_n+0{,}01U_n=1{,}01U_n$ donc (U_n) est géométrique de raison $q=1{,}01$ alors $U_n=U_1\times q^{n-1}=500\,000\times(1{,}01)^{n-1}$.	2
	2	$S_n>30\ 000\ 000$ donc $50\ 000\ 000\times(1{,}01)^n-50\ 000\ 000>30\ 000\ 000$ donc $(1{,}01)^n>1{,}6$ donc $n>\dfrac{\ln(1{,}6)}{\ln(1{,}01)}$ donc $n>47{,}23$ alors après $\boxed{\text{48 mois}}$.	2

B	1	$V_{n+1}=V_n+10\,000$ donc $V_{n+1}-V_n=10\,000$ donc (V_n) est géométrique de raison $r=10\,000$ donc $V_n=V_1+(n-1)r=350\,000+10\,000(n-1)=10\,000n+340\,000$.	1,5
	2	Août 2017 correspond à $n=43$ Or $U_{43}=500\,000\times(1{,}01)^{42}=759\,395$ et $V_{43}=10\,000\,(43)+340\,000=\ 770\,000$ Alors l'usine G produit plus de lait en Août 2017.	1,5

IV			Eléments de réponses	Note
A	1	a	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+2}{e^x+1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{e^x}=0$; donc l'axe des abscisses est une asymptote au voisinage de $+\infty$.	1,5
		b	$f'(x)=\dfrac{1+e^x-e^x(x+2)}{(1+e^x)^2}=\dfrac{1+e^x-xe^x-2e^x}{(1+e^x)^2}=\dfrac{1-xe^x-e^x}{(1+e^x)^2}$. $\begin{array}{c\|lcr} x & 0 & & +\infty \\ \hline f'(x) & 0 & - & \\ \hline f(x) & 1 & \searrow & 0 \end{array}$	2
		c		1
	2	a	$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$ $g(3)\approx 2{,}008$ et $g(4)\approx 5{,}46$	1
		b	$g'(x)=\dfrac{e^x}{10}>0$ alors g est strictement croissante et on a: $\begin{array}{c\|lcr} x & 0 & & +\infty \\ \hline g' & & + & \\ \hline g & \frac{1}{10} & \nearrow & +\infty \end{array}$	1
	3		Soit $h(x)=f(x)-g(x)$ or $h(1{,}72)=6{,}5\times10^{-3}>0$ et $h(1{,}73)=-2{,}3\times10^{-3}<0$ et comme h est continue sur $[1{,}72\ ;\ 1{,}73]$ alors $\boxed{1{,}72<\alpha<1{,}73}$.	1
	4			0,5
B	1		$f(2{,}5)\approx 0{,}341$ alors 341 vases	1,5
	2		17 250 LL représente le prix d'équilibre du marché.	1,5
	3	a	$E(2)=2\times\dfrac{f'(2)}{f(2)}\approx -1{,}26<-1$ donc la demande est élastique au prix de 20 000LL	2
		b	Lorsque le prix augmente de 1% à partir de 20 000 LL, la demande diminue de 1,26%	1