

عدد المسائل: ثلاث	مسابقة في مادة الرياضيات	الاسم:
	المدة: ساعة واحدة	الرقم:

**ملاحظة:** - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.  
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة).

### I – (5 points)

Deux chemises et trois chapeaux coûtent 105 000 LL.

Le prix d'une chemise a diminué de 10% tandis que le prix d'un chapeau est resté le même.  
Après cette réduction, le prix de trois chemises et d'un chapeau devient 96 000LL.

- 1) a- Ecrire un système de deux équations à deux inconnus traduisant la situation donnée.  
b- Calculer le prix initial d'une chemise et celui d'un chapeau.

- 2) Après la réduction, Nadia a payé 87 000 LL pour acheter une chemise et quelques chapeaux. Combien de chapeaux a-t-elle acheté ?

### II – (5 points)

Dans une entreprise, les 25 employés sont répartis comme l'indique le tableau ci-dessous:

Professions \ Ages	Ages				Total
	[20-30[	[30-40[	[40-50[	[50-60]	
Ingénieur	1	4		3	<b>10</b>
Ouvrier		4	4	2	
Total	<b>6</b>		<b>6</b>		<b>25</b>

- 1) Recopier et compléter le tableau ci-dessus.
- 2) Un employé est choisi au hasard.

Considérons les événements suivants:

E : « l'employé choisi est un ingénieur »

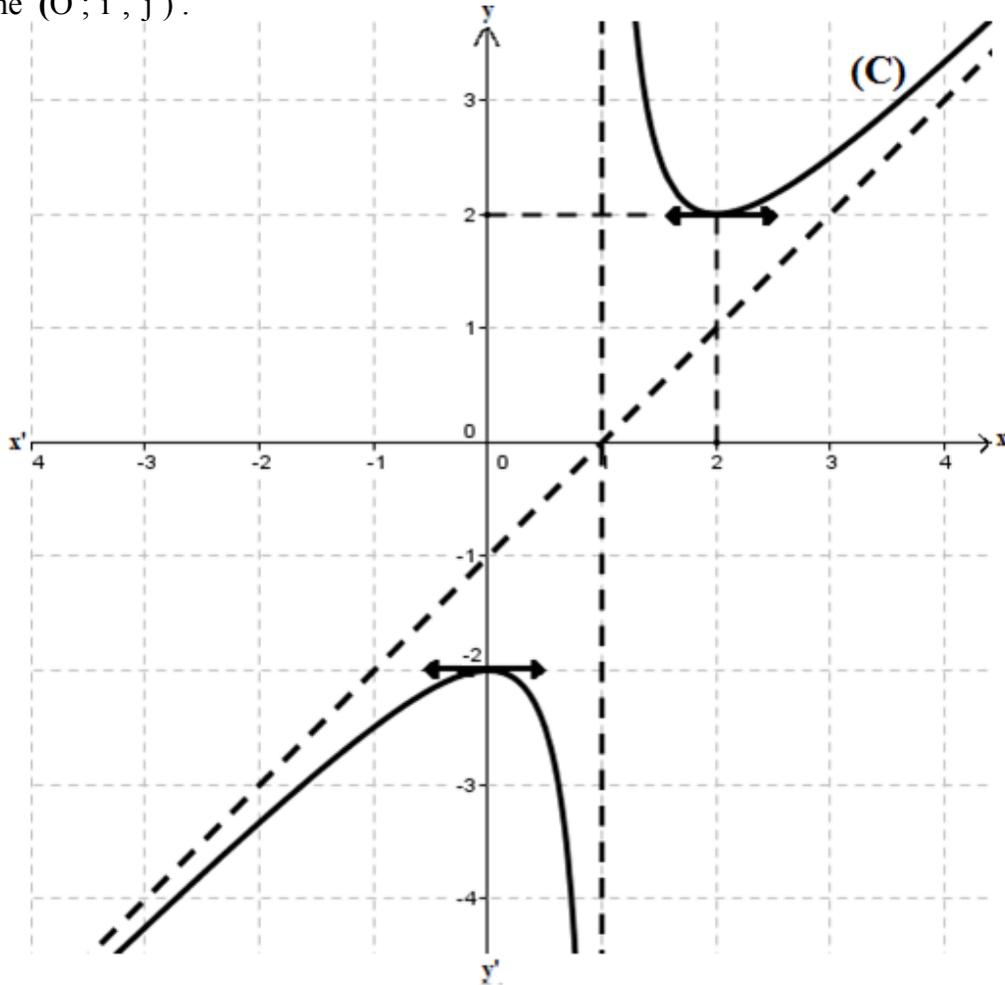
F : « l'âge de l'employé choisi est strictement inférieur à 40 ans »

Calculer les probabilités suivantes : P(E), P(F), P(E/F) et P(E ∩ F).

- 3) Sachant que l'employé choisi est un ingénieur, calculer la probabilité qu'il soit âgé moins que 50 ans.
- 4) Calculer l'âge moyen des ingénieurs et l'âge moyen des ouvriers, puis déduire l'âge moyen des 25 employés.

### III – (10 points)

Dans la figure ci-dessous, (C) est la courbe représentative d'une fonction  $f$  dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .



- 1) Déterminer le domaine de définition de  $f$ .
- 2) a- Déterminer  $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} f(x)$  et  $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x)$ .  
 b- Dédurre l'équation d'une asymptote (d) à (C).
- 3) a- Trouver  $f(2)$  et  $f(0)$ .  
 b- Comparer  $f(3)$  et  $f(4)$ .
- 4) a- Construire le tableau de variations de  $f$ .  
 b- Comparer  $f'\left(\frac{1}{2}\right)$  et  $f'(-3)$ .
- 5) Résoudre graphiquement l'inéquation  $f(x) < -2$ .
- 6) Peut-on trouver  $x$  pour que  $f(x) = 0$ ? Justifier.
- 7) On suppose que  $f(x) = ax + b + \frac{1}{x-1}$ , montrer que  $a = 1$  et  $b = -1$ .

I	Eléments de réponses	notes
1a	$\begin{cases} 2x + 3y = 105\,000 \\ 27x + 10y = 96\,000 \end{cases}$	١,٥
1b	x = 30 000 et y = 15 000. D'où le prix d'une chemise est 30 000LL et le prix d'un chapeau est 15 000LL	١,٥
2	Le prix d'une chemise après le solde est 27 000LL $27\,000 + 15\,000a = 87\,000$ d'où a = 4. Nadia a acheté 4 chapeaux.	٢

II	Eléments de réponses	notes																								
1	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Ages \ Professions</th> <th>[20-30[</th> <th>[30-40[</th> <th>[40-50[</th> <th>[50-60[</th> <th>Total</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Ingénieur</td> <td>1</td> <td>4</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>Ouvrier</td> <td>5</td> <td>4</td> <td>4</td> <td>2</td> <td>15</td> </tr> <tr> <td>Total</td> <td>6</td> <td>8</td> <td>6</td> <td>5</td> <td>25</td> </tr> </tbody> </table>	Ages \ Professions	[20-30[	[30-40[	[40-50[	[50-60[	Total	Ingénieur	1	4	2	3	10	Ouvrier	5	4	4	2	15	Total	6	8	6	5	25	١
Ages \ Professions	[20-30[	[30-40[	[40-50[	[50-60[	Total																					
Ingénieur	1	4	2	3	10																					
Ouvrier	5	4	4	2	15																					
Total	6	8	6	5	25																					
2	$P(E) = \frac{10}{25} = \frac{2}{5}$ ; $P(F) = \frac{14}{25}$ ; $P(E/F) = \frac{5}{14}$ ; $P(E \cap F) = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$ .	٢																								
3	$P(\text{l'employé est âgé moins que 50 ans} / E) = \frac{7}{10}$ .	١																								
4	l'âge moyen d'un ingénieur est $\frac{25 + 35 \times 4 + 45 \times 2 + 55 \times 3}{10} = 42$ . l'âge moyen d'un ouvrier est $\frac{5 \times 25 + 4 \times 35 + 4 \times 45 + 2 \times 55}{15} = 37$ . l'âge moyen des 25 employées $\frac{10 \times 42 + 15 \times 37}{25} = 39$	١																								

III	Eléments de réponses	notes
1	$D_f = ]-\infty, 1[ \cup ]1, +\infty[$ .	0,5
2a	$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$ ; $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$ .	1
2b	(d) : $x = 1$ est une asymptote à (C).	0,5
3a	$f(2) = 2$ et $f(0) = -2$ .	1
3b	$f(3) < f(4)$ .	1
4a		1
4b	$f'(\frac{1}{2}) < f'(-3)$ car $f'(\frac{1}{2}) < 0$ et $f'(-3) > 0$ .	1
5	$S = ]-\infty ; 0[ \cup ]0 ; 1[$ .	1
6	$f(x) = 0$ n'a pas de solution car (C) ne coupe pas (x'x).	1
7	$f(0) = -2$ ; $b - 1 = -2$ alors $b = -1$ d'où $f(x) = a x - 1 + \frac{1}{x - 1}$ , $f(2) = 2$ alors $2a - 1 + 1 = 2$ ; $a = 1$ par suite $a = 1$ et $b = -1$ .	2