

الاسم:
الرقم:

مسابقة في مادة الرياضيات
المدة: ساعتان

I – (2 points)

Dans le tableau ci-dessous, une seule réponse à chaque question est correcte.

Ecrire le numéro de la question et la réponse correspondante. Justifier votre choix.

	Questions	Réponses		
		a	b	c
1	$3\sqrt{2} - \sqrt{50} + \sqrt{8} =$	$10\sqrt{2}$	0	$-30\sqrt{2}$
2	$\frac{1}{\sqrt{5} - 2} =$	$\sqrt{5} + 2$	$\frac{\sqrt{5} + 2}{3}$	-1
3	ABCD est un parallélogramme, alors $\overline{AB} + \overline{DA} =$	\overline{BC}	\overline{CA}	\overline{DB}
4	Après une augmentation de 15%, le prix d'un article devient 23 000 L.L. Le prix initial de cet article est:	17 000 L.L.	20 000 L.L.	19 550 L.L.

II – (3.5 points)

On donne $A(x) = (x - 3)^2 - (x - 3)(2x - 7)$.

1) Montrer que $A(x) = (x - 3)(4 - x)$.

2) Soit $B(x) = (16 - x^2) + A(x)$.

Factoriser $B(x)$.

3) Soit $F(x) = \frac{A(x)}{(4 - x)(2x + 1)}$.

a. Pour quelles valeurs de x , $F(x)$ est-elle définie?

b. Simplifier $F(x)$, puis résoudre l'équation $F(x) = \frac{2}{3}$.

c. L'équation $F(x) = x$ a-t-elle une solution? Justifier.

III – (3 points)

1) Résoudre le système suivant: $\begin{cases} 5x + 2y = 12\,000 \\ x + 2y = 8\,000. \end{cases}$

2) Un restaurant vend 10 salades vertes et 4 pizzas végétariennes à 24 000 L.L.

Ce même restaurant vend 6 salades vertes et 12 pizzas végétariennes à 48 000 L.L.

Montrer que ce texte se traduit par le système donné dans la question 1).

3) Nadine demande 8 salades vertes et 6 pizzas végétariennes, combien doit-elle payer?

IV – (5.5 points)

Dans un repère orthonormé d'axes $(x'ox, y'oy)$, on considère les points $A(4;2)$, $B(-1;2)$ et $E(1;3)$.

Soit (d) la droite d'équation $y = 3x$.

1) a. Placer A , B et E .

b. Vérifier que E est un point de la droite (d) . Tracer (d) .

2) a. Calculer OB et montrer que $OA = 2OB$.

b. Montrer que OAB est un triangle rectangle.

3) a. Déterminer les coordonnées du point L , symétrique de O par rapport à B .

b. Vérifier que E est le milieu de $[AL]$.

4) Soit (d') la droite passant par A et perpendiculaire à (OA) .

Montrer que l'équation de (d') est $y = -2x + 10$.

5) Soit F le point de coordonnées $(2;6)$.

a. Vérifier que F est le point d'intersection de (d) et (d') .

b. Démontrer que le quadrilatère $OAFB$ est un carré.

V – (6 points)

Dans la figure ci-contre:

- (C) est un cercle de centre O , de rayon 5 et de diamètre $[EB]$
- A est un point de (C) tel que $AE = 6$
- (d) est la tangente menée de B au cercle (C)
- $[AL]$ est une hauteur dans le triangle ABE .

1) Reproduire la figure que l'on complètera dans la suite du problème.

2) a. Calculer AB .

b. Vérifier que $\sin \widehat{AEB} = \frac{4}{5}$.

3) La parallèle menée de L à (AB) coupe $[EA]$ en M et la droite (d) en F .

a. Montrer que les deux triangles EML et FBL sont semblables.

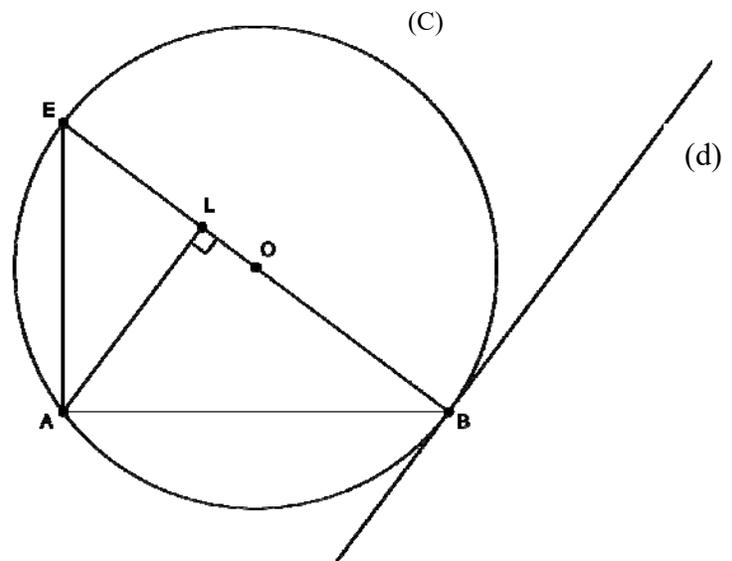
b. Calculer, arrondie au degré près, la mesure de l'angle \widehat{BFL} .

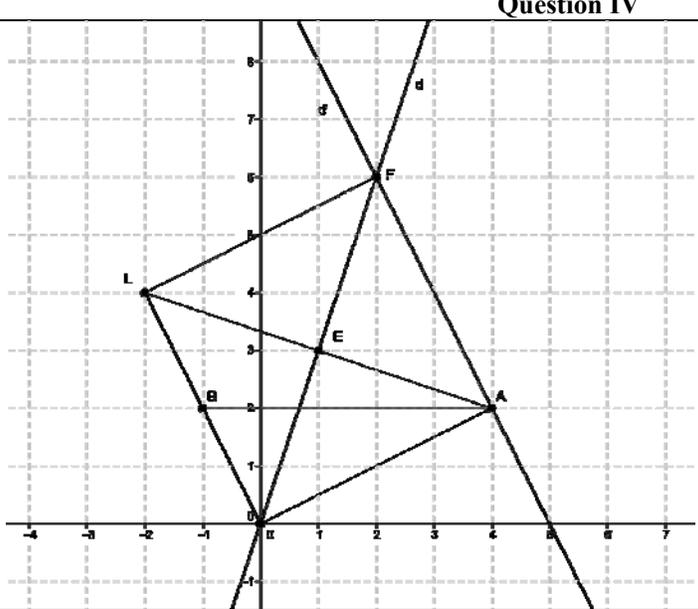
4) Montrer que les points E , M , B et F se trouvent sur un même cercle dont on déterminera le centre I .

5) Montrer que le quadrilatère $ALFB$ est un parallélogramme.

6) Les diagonales $[AF]$ et $[BL]$ du parallélogramme $ALFB$ se coupent en J .

Montrer que (IJ) est perpendiculaire à (AB) .



		Correction	
Partie	Question I		Note
1	$3\sqrt{2} - \sqrt{50} + \sqrt{8} = 0$	b)	0.5
2	$\frac{1}{\sqrt{5}-2} = \frac{1}{\sqrt{5}-2} \times \frac{(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}+2)} = \sqrt{5}+2$	a)	0.5
3	$\overline{DA} + \overline{AB} = \overline{DB}$	c)	0.5
4	$23000 \div 1,15 = 20000$	b)	0.5
Question II			
1	$A(x) = (x-3)^2 - (x-3)(2x-7) = (x-3)(x-3-2x+7) = (x-3)(4-x)$	0.25+0.25	0.5
2	$B(x) = (16-x^2) + A(x) = (16-x^2) + (x-3)(4-x)$	0.25+0.25	1
	$B(x) = (4-x)(4+x) + (x-3)(4-x) = (4-x)(2x+1)$	0.25+0.25	
3	a. F(x) est définie pour $x \neq 4$ et $x \neq -\frac{1}{2}$	0.25+0.25	0.5
	b. $\frac{(x-3)(4-x)}{(4-x)(2x+1)} = \frac{(x-3)}{(2x+1)}$; $3x-9 = 4x+2$ alors $x = -11$	0.25+0.5	0.75
	c. $\frac{x-3}{2x+1} = x$ alors $(2x+1)x = (x-3)$ donc $x^2 = -\frac{3}{2}$ (pas de solution)	0.25+0.25+0.25	0.75
Question III			
1	$x = 1\ 000$ et $y = 3\ 500$	0.5+0.5	1
2	$\begin{cases} 10x + 4y = 24\ 000 (\div 2) \\ 6x + 12y = 48\ 000 (\div 6) \end{cases}$	(0.5+0.25) (0.25+0.25)	1.25
3	le prix d'une salade est 1 000 L.L. et le prix d'une pizza est 3 500 L.L. alors Nadine paie $8(1000) + 6(3500) = 29\ 000$	0.25 0.5	0.75
Question IV			
1		Un point (0.25) 2 points (0.5)	0.5
	b. $y_E = 3x_E$ alors E est un point de la droite (d)	0.25+0.25	
2	a. $OB = \sqrt{5}$ et $OA = 2\sqrt{5}$ donc $OA = 2OB$	0.25+0.25+0.25	0.75
	b. $AB = 5$ et d'après le Pythagore $AB^2 = OA^2 + OB^2$	0.25+0.25	0.5
3			0.5

	a. $x_B = \frac{x_L + x_O}{2} = -1$ et $y_B = \frac{y_L + y_O}{2} = 2$ alors $L(-2;4)$	
	b. $x_E = \frac{x_A + x_L}{2} = 1$ et $y_E = \frac{y_A + y_L}{2} = 3$ (vérifié)	0.5
4	$a_{(OA)} = \frac{1}{2}$ et $a_{(OA)} \cdot a_{(d')} = -1$ alors $a_{(d')} = -2$; $(d'): y = -2x + 10$ 0.25+0.5+0.25	1
	a. F appartient à (d) car $y_F = 3x_F$ et F appartient à (d') car $y_F = -2x_F + 10$ 0.25+0.25	0.5
5	b. E milieu de [LA] et E milieu de [OF] donc OAF est un parallélogramme $OL = 2OB = OA$ et $\hat{O} = 90^\circ$ alors OAF est un carré. 0.25+0.25+0.25	0.75

Question V

1		0.5
2	a. D'après pythagore $AB^2 = EB^2 - AE^2 = 100 - 36$ donc $AB = 8$	0.5
	b. $\sin \hat{AEB} = \frac{AB}{EB} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$	0.5
3	a. $\hat{ELM} = \hat{BLF}$ (opposé par le sommet) 0.5 $\hat{EML} = \hat{EBF} = 90^\circ$ 0.5 Alors ces deux triangles sont semblables.	1
	b. $\sin \hat{BFL} = \sin \hat{AEB} = 0,8$ alors $\hat{BFL} \approx 53^\circ$ 0.5+0.5	1
4	Les deux triangles EMF et EBF sont deux triangles rectangles ayant la même hypoténuse [EF] donc les quatre points E, M, B et F se trouvent sur le même cercle de centre I milieu de [EF]. 0.25+0.25+0.25	0.75
5	$(AL) \perp (EB)$ et $(BF) \perp (EB)$ alors $(AL) \parallel (BF)$ 0.5+0.25 Et on a $(LF) \parallel (AB)$ donc ALFB est un parallélogramme.	0.75
6	I milieu de [EF] et J milieu de [AF] alors $(IJ) \parallel (EA)$ et $(EA) \perp (AB)$ donc $(IJ) \perp (AB)$ 0.5+0.5	1