

عدد المسائل: اربع	اسم: الرقم:	مسابقة في مادة الرياضيات المدة: ساعتان
-------------------	----------------	---

ملاحظة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة).

أ. (٤ علامات)

في الفضاء الاحداثي العائد للنظام $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ تقع النقاط $A(3;1;0)$ و $B(2;0;1)$ و $S(3;-1;-2)$

$$\begin{cases} x = t \\ y = t+1 \\ z = -t \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$$

ليكن المستقيم (d) المعرف بالمعادلات .

- ١ - أ - تحقق ان A لا تقع على (d) وان المستقيمان (AB) و (d) هما متوازيان.
- ب - بين ان $y+z-1=0$ هي معادلة المستوي (P) المؤلف من (AB) و (d).
- ٢ - أ - برهن ان A هي الاسقاط العمودي للنقطة S على المستوي (P).
- ب - لتكن S' تناظر النقطة S بالنسبة للمستوي (P) . احسب مساحة المثلث BSS'.
- ٣ - تقع في المستوي (P) الدائرة (C) ذات المركز A ونصف القطر 3 . يتقاطع المستقيم (d) مع الدائرة (C) في النقطتين E و F.
- أ - احسب احداثيات النقطتين E و F.
- ب - اكتب معادلات منصف الزاوية EAF .

ب. (٤ علامات)

يحتوي الكيس U على تسع طاباات :

- ثلاث طاباات حمراء تحمل الرقم صفر
- طابنتين خضراوتين تحملان الرقم واحد
- اربع طاباات زرقاء تحمل الرقم اثنين

القسم أ

يتم سحب ثلاث طاباات عشوائيا ودفعة واحدة من هذا الكيس U.

لتكن الاحداث التالية :

M : " الطاباات الثلاث المسحوبة لها نفس اللون "

N : " ناتج ضرب الاعداد على الطاباات الثلاث المسحوبة يساوي صفر " .

١ - احسب $P(M)$ احتمال الحدث M .

٢ - أ - تحقق ان احتمال الحدث N هو $\frac{16}{21}$.

ب - احسب $P(M \cap N)$ وتحقق ان $P(\bar{M} \cap N) = \frac{3}{4}$.

٣ - علما ان الطاباات الثلاث المسحوبة ليس لها نفس اللون ، احسب احتمال ان يكون ناتج ضرب الاعداد على هذه الطاباات يساوي صفر.

القسم ب

في هذا القسم من المسألة يتم سحب طاباة واحدة من الكيس U على ان لا تعاد هذه الطاباة الى الكيس U .

* اذا كانت الطاباة المسحوبة تحمل الرقم صفر، يتم سحب طابنتين عشوائيا ودفعة واحدة من الكيس U

(نحصل عندئذ على ثلاث طاباات) .

* اذا كانت الطاباة المسحوبة لا تحمل الرقم صفر، يتم سحب طاباة واحدة عشوائيا من الكيس U(نحصل عندئذ على

طابنتين) .

احسب احتمال ان يكون مجموع الاعداد على الطاباات المسحوبة يساوي ثلاثة .

III. (٤ علامات)

في المستوي المركب العائد للنظام $(O; \vec{u}, \vec{v})$ تقع النقاط A, B, M, M' ذات الاعداد المركبة التالية $i, -2i, z, z'$

$$\text{حيث ان } z' = \frac{-2iz}{z-i} \text{ مع } z \neq i.$$

١ - أ - برهن ان $(z'+2i)(z-i)$ هو عدد حقيقي .

ب - استنتج ان $AM \times BM' = 2$.

ج - اذا كانت M تتحرك على دائرة مركزها A ونصف قطرها 3 ، بين ان M' تتحرك على دائرة يتم تحديد مركزها ونصف قطرها .

٢ - في حال كان $z' = 2i$ اكتب z على الصورة القطبية.

٣ - ليكن $z = x + iy$ و $z' = x' + iy'$ حيث ان x, y, x', y' هي اعداد حقيقية.

$$\text{أ - بين أن } x' = \frac{2x}{x^2 + (y-1)^2} \text{ و } y' = \frac{-2(x^2 + y^2 - y)}{x^2 + (y-1)^2}.$$

ب - اذا كانت $AM = \sqrt{2}$ ، برهن ان $x = x'$.

IV. (٨ علامات)

لتكن f هي الدالة المعرفة على \mathbb{R} كما يلي $f(x) = (1-x)e^x + 2$.

وليكن (C) بيان هذه الدالة في المستوي الاحداثي $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

١ - أ - حدد $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$. استنتج معادلة المقارب (d) للبيان (C) .

ب - حدد $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. ثم احسب $f(1)$; $f(2)$.

٢ - أ - تحقق أن $f'(x) = -xe^x$ وانشئ جدول التغير للدالة f .

ب - بين ان للبيان (C) نقطة انعطاف I يتم تحديد احداثياتها .

٣ - ارسم (d) و (C) .

٤ - ليكن (Δ) هو المستقيم ذو المعادلة $y = 2x$.

أ - تحقق ان $f(x) - 2x = (e^x + 2)(1-x)$ ثم ادرس موقع البيان (C) بالنسبة للمستقيم (Δ) ، حسب قيم

المتغير x .

ب - جد تكاملا F للدالة f .

ج - ارسم (Δ) ثم احسب مساحة المنطقة المحددة بالبيان (C) ، المحور y ، والمستقيم (Δ) .

٥ - لتكن g هي الدالة المعطاة كما يلي $g(x) = \ln[f(x) - 2]$ وليكن (G) بيان هذه الدالة في المستوي الاحداثي

$(O; \vec{i}, \vec{j})$.

أ - تحقق ان مجال الدالة g هو $]-\infty; 1[$.

ب - هل يوجد نقطة على البيان (G) حيث يكون المماس لـ (G) موازاً للمستقيم (Δ) ؟ برر اجابتك.