إرشادات عامة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات أو رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة.

I - (3 points)

Les questions 1) et 2) sont indépendantes.
On demande de détailler les étapes de calcul.

1) On donne $A = \dfrac{2-\dfrac{1}{3}}{2+\dfrac{1}{3}}$ et $B = \dfrac{24\times10^3\times5\times10^6}{8\times\left(10^3\right)^3}$.

a. Calculer A et donner le résultat sous forme de fraction irréductible.
b. Montrer que B est un entier naturel.

2) On donne $C = \dfrac{\sqrt{45}-\sqrt{180}+9}{3+\sqrt{5}\times\sqrt{35}-5\sqrt{7}}$ et $D = \left(1-\sqrt{5}\right)^2$.

a. Écrire C sous la forme $n-\sqrt{5}$ où n est un entier naturel.
b. Calculer D, puis vérifier que $D = 2\times C$.

II – (3 points)

On donne $A(x) = (2x-3)^2 + (x-5)(3-2x)$.

1) Factoriser $A(x)$.

2) Soit $B(x) = 2x^2 - 5x + 3$.
Vérifier que $B(x) = (2x-3)(x-1)$.

3) Soit $F(x) = \dfrac{(2x-3)(x+2)}{B(x)}$.

a. Pour quelles valeurs de x, $F(x)$ est-elle définie ?
b. Simplifier $F(x)$.
c. L’équation $F(x) = 7$ a-t-elle une solution ? Justifier.

III – (3 points)

1) Résoudre le système suivant : $\begin{cases} x+y=35 \\ 9x+8y=300. \end{cases}$

2) Le nombre des élèves (filles et garçons) d’une classe est 35.
Quand 10% des filles et 20% des garçons quittent la classe pour participer à une activité sportive, le nombre des élèves restant dans la classe sera 30.

a. On désigne par x le nombre des filles et par y celui des garçons dans cette classe.
Écrire un système de deux équations à deux inconnues qui traduit le texte ci-dessus.

b. Trouver le nombre des filles et celui des garçons dans cette classe.

IV – (5.5 points)

Dans un repère orthonormé d'axes x'Ox et y'Oy, on donne les points $A(-2\ ;\ 2)$, $B(0\ ;\ -2)$, $C(5\ ;\ 3)$ et $I(-1\ ;\ 0)$. Soit (d) la droite d'équation $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$.

1) **a.** Placer les points A, B, C et I.

b. Vérifier que C et I sont deux points de la droite (d). Tracer (d).

2) Montrer que I est le milieu de [AB].

3) **a.** Trouver l'équation de la droite (AB).

b. Montrer que (AB) est perpendiculaire à la droite (d).

c. Montrer que le triangle ABC est isocèle.

4) On considère le point $F(7;-1)$.

Montrer que F est le translaté de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

5) Soit E le point de la droite (AB) tel que $x_E = 1$.

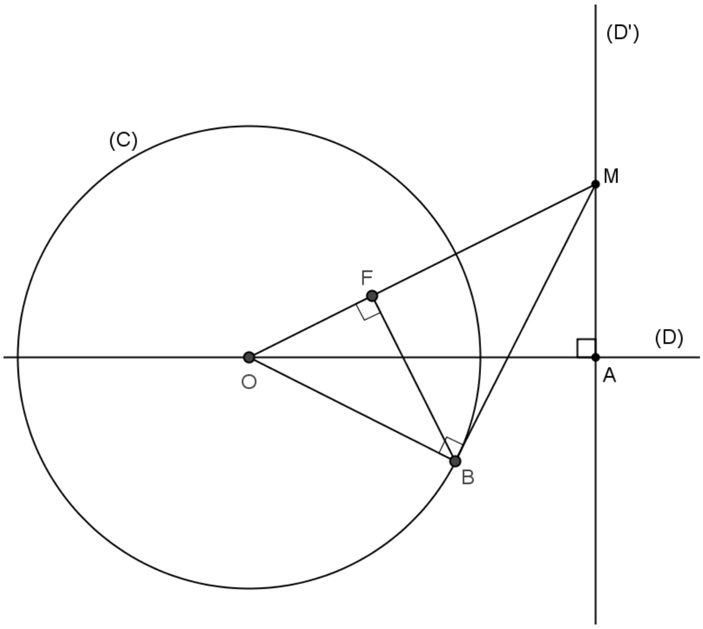
a. Montrer que $y_E = -4$.

b. Montrer que le quadrilatère CIEF est un rectangle.

V – (5.5 points)

Dans la figure ci-contre :

- (D) et (D') sont deux droites perpendiculaires en A
- O est un point de (D) tel que OA = 6
- (C) est le cercle de centre O et de rayon 4
- M est un point sur la droite (D') tel que AM = 3
- (MB) est une tangente menée de M au cercle (C)
- [BF] est une hauteur dans le triangle OBM.



1) Reproduire la figure que l'on complètera dans la suite du problème.

2) Montrer que OM = $3\sqrt{5}$.

3) **a.** Montrer que les deux triangles OFB et OBM sont semblables.

b. En déduire que $OF \times OM = 16$.

c. Calculer OF.

4) Les deux segments [BF] et [OA] se coupent en I.

a. Écrire, dans les deux triangles FOI et MOA, les rapports égaux à $\cos \widehat{MOA}$.

b. En déduire que $OI \times OA = 16$.

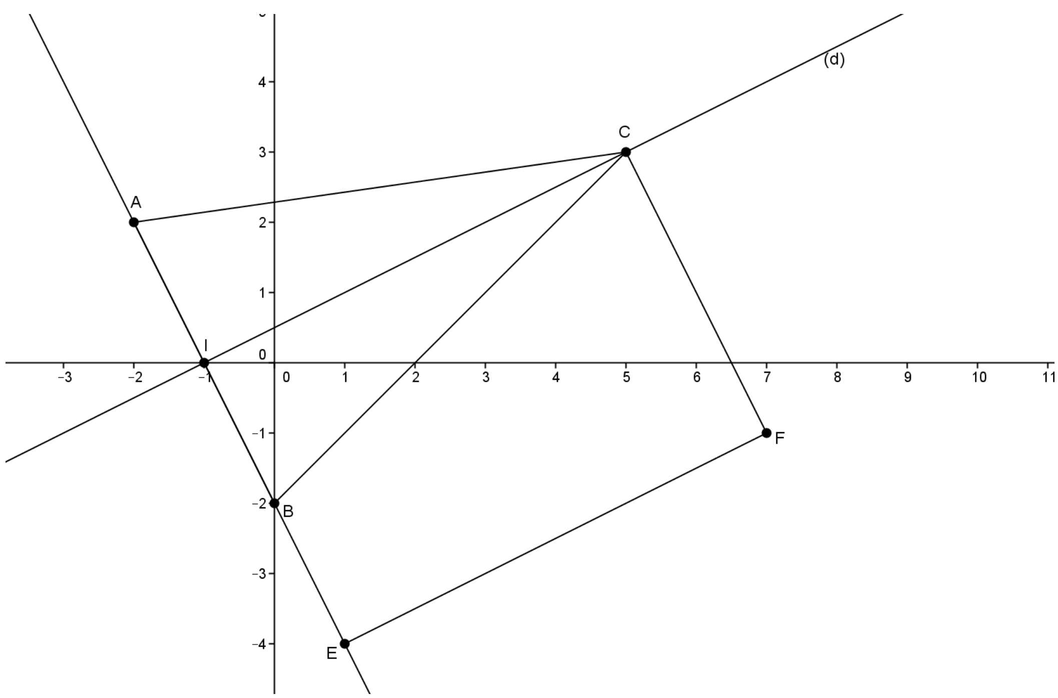
c. Calculer OI.

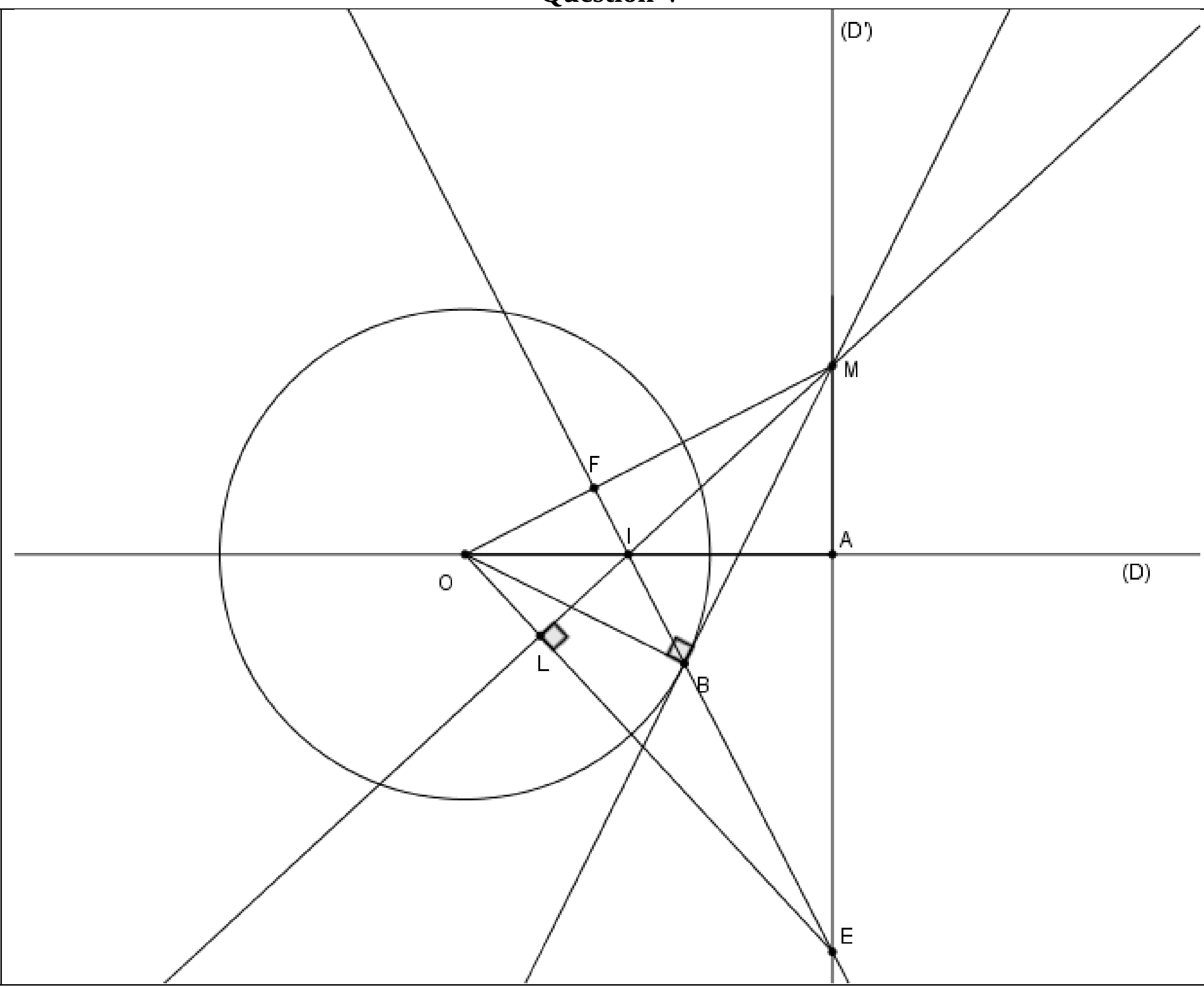
5) La droite (FB) coupe (D') en E.

Montrer que (MI) est perpendiculaire à (OE).

Partie de la Q.	Corrigé	Notes
Question I		
1a	$A = \dfrac{2-\frac{1}{3}}{2+\frac{1}{3}} = \dfrac{\frac{6}{3}-\frac{1}{3}}{\frac{6}{3}+\frac{1}{3}} = \dfrac{\frac{5}{3}}{\frac{7}{3}} = \dfrac{5}{7}$ **0.25 + 0.25 + 0.25**	**0.75**
1b	$B = \dfrac{24\times10^3\times5\times10^6}{8\times(10^3)^3} = \dfrac{3\times5\times10^9}{10^9} = 15$ est un entier naturel **0.25 + 0.25 + 0.25**	**0.75**
2a	$C = \dfrac{\sqrt{45}-\sqrt{180}+9}{3+\sqrt{5}\times\sqrt{35}-5\sqrt{7}} = \dfrac{3\sqrt{5}-6\sqrt{5}+9}{3+5\sqrt{7}-5\sqrt{7}} = \dfrac{-3\sqrt{5}+9}{3} = -\sqrt{5}+3 = 3-\sqrt{5}$ avec $n=3$ (entier naturel) **0.25 + 0.25 + 0.25**	**0.75**
2b	$D = (1-\sqrt{5})^2 = 1-2\sqrt{5}+5 = 6-2\sqrt{5}$ **0.5** $2\times C = 2(3-\sqrt{5}) = 6-2\sqrt{5} = D$ **0.25**	**0.75**
Question II		
1	$A(x) = (2x-3)^2+(x-5)(3-2x)$ **0.25** (*signe*) $A(x) = (2x-3)[(2x-3)-(x-5)]$ **0.5** (facteur commun) $A(x) = (2x-3)(2x-3-x+5)$ $A(x) = (2x-3)(x+2)$ **0.25**	**1**
2	$B(x) = (2x-3)(x-1)$ $B(x) = 2x^2-2x-3x+3$ **0.25** $B(x) = 2x^2-5x+3$ **0.25**	**0.5**
3a	$F(x) = \dfrac{A(x)}{B(x)} = \dfrac{(2x-3)(x+2)}{(2x-3)(x-1)}$ $F(x)$ est définie si $x \neq \dfrac{3}{2}$ et $x \neq 1$ **0.25 + 0.25**	**0.5**
3b	$F(x) = \dfrac{x+2}{x-1}$ **0.25**	**0.25**
3c	$F(x) = 7$ $\dfrac{x+2}{x-1} = 7$ donne $x = \dfrac{9}{6} = \dfrac{3}{2}$ (à rejeter car $F(x)$ n'est pas définie). $F(x) = 7$ n'admet pas de solutions. **0.25 + 0.25 + 0.25**	**0.75**

	Question III	
1	$\begin{cases} x+y=35 \\ 9x+8y=300 \end{cases}$ $x=20\ ;\ y=15$ **0.5 + 0.5**	**1**
2a	$\begin{cases} x+y=35 \\ 0.9x+0.8y=30 \end{cases}$ **0.25** **0.75**	**1**
2b	$\times 10 \begin{cases} x+y=35 \\ 0.9x+0.8y=30 \end{cases}$ **0.5** $\begin{cases} x+y=35 \\ 9x+8y=300 \end{cases}$ **0.25** $x=20\ ;\ y=15$ **0.25** le nombre des filles est 20 et celui des garçons est 15.	**1**

	Question IV	
1a		**0.5**
1b	$y_C = \frac{1}{2}x_C + \frac{1}{2}$ $3 = \frac{1}{2}(5) + \frac{1}{2}$ **0.25** $3 = 3$ $y_I = \frac{1}{2}x_I + \frac{1}{2}$ $0 = \frac{1}{2}(-1) + \frac{1}{2}$ **0.25** $0 = 0$	**0.5**

2	$x_I = \frac{x_A+x_B}{2}$ $-1 = \frac{-2+0}{2}$ $-1 = -1$ $Y_I = \frac{Y_A+Y_B}{2}$ $0 = \frac{2-2}{2}$ $0 = 0$	**0.5**
3a	$a_{(AB)} = -2$; $(AB): y = -2x - \mathbf{2}$ **0.5 + 0.25**	**0.75**
3b	$a_{(AB)} \times a_{(d)} = -1$	**0.5**
3c	(CI) ⊥ (AB) en son milieu I donc ABC est isocèle de sommet principal C.	**0.75**
4	$\overrightarrow{CF}(2;-4) = \overrightarrow{AB}(2;-4)$ donc F est le translaté de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ **0.25 + 0.5**	**0.75**
5a	$y_E = -2x_E - 2 = -2(1) - 2 = -4$	**0.5**
5b	$\overrightarrow{CF}(2;-4) = \overrightarrow{IE}(2;-4)$ donc CIEF est un parallélogramme **0.5** de plus $\widehat{CIF} = 90^0$ alors c'est un rectangle. **0.25**	**0.75**
	Question V	
1		**0.5**

2	OMA est un triangle rectangle en A. $OM^2 = OA^2 + AM^2 = 36 + 9 = 45$ (Pythagore) **0.25** $OM = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$ **0.5**	**0.75**
3a	Les deux triangles OFB et OBM ont : $\widehat{OFB} = \widehat{MBO} = 90^0$ **0.5** $\widehat{MOB} = \widehat{FOB}$ (angle commun) **0.5** Alors ils sont semblables	**1**
3b	$\frac{OF}{OB} = \frac{OB}{OM}$; $OF \times OM = OB^2 = 4^2 = 16$ **0.25 + 0.25**	**0.5**
3c	$OF \times OM = 16$ $OF \times 3\sqrt{5} = 16$ $OF = \frac{16}{3\sqrt{5}} = \frac{16\sqrt{5}}{15}$	**0.5**
4a	$\cos \widehat{MOA} = \frac{OA}{OM}$ **0.5** $\cos \widehat{FOI} = \frac{OF}{OI}$ **0.25**	**0.75**
4b	$\frac{OA}{OM} = \frac{OF}{OI}$ donne: $OI \times OA = OF \times OM = 16$	**0.5**
4c	$16 = OI \times OA$. $16 = 6OI$ $OI = \frac{8}{3}$	**0.25**
5	Dans le triangle OME on a : [OA] est le premier segment-hauteur**.** **0.5** [EF] est le deuxième segment-hauteur. [OA] et [EF] se coupent en I qui est l'orthocentre de ce triangle. **0.25** [ML] passant par I est le troisième segment-hauteur. Donc : (MI) $\perp$ (OE)	**0.75**