

عدد المسائل: اربع	مسابقة في مادة الرياضيات	الاسم:
	المدة: ساعتان	الرقم:

ملاحظة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة).

١. (٤ علامات)

يبيع أحد المخازن هواتف نقالة وحواسيب محمولة.
فيما يلي توزع نسبة الزبائن بحسب شرائهم لهاتين الآلتين.
20% من الزبائن يشترون هاتفاً نقالاً
60% من الذين يشترون هاتفاً نقالاً، يشترون أيضاً حاسوباً محمولاً
20% من الزبائن الذين لا يشترون هاتفاً نقالاً، يشترون حاسوباً محمولاً.
يمكن للزبون ان يشتري هاتفاً نقالاً، حاسوباً محمولاً، الاثنين معا أو لا شيئ.

القسم A

تم اختيار أحد الزبائن عشوائياً. لتكن الأحداث التالية:

D : يشتري الزبون هاتفاً نقالاً.

L : يشتري الزبون حاسوباً محمولاً.

(١) أ- احسب الاحتمال $P(D \cap L)$.

ب- بين أن احتمال أن يشتري الزبون حاسوباً محمولاً هو 0.28.

(٢) لم يشتري الزبون حاسوباً محمولاً، احسب احتمال أن يشتري هذا الزبون هاتفاً نقالاً.

القسم B

يبلغ ربح المخزن من بيع الهاتف النقال 150 000 ل.ل. فيما يبلغ ربحه من بيع الحاسوب المحمول 250 000 ل.ل.
لنرمز بالحرف X إلى المتغيرة العشوائية التي تمثل ربح المخزن من كل زبون.

(١) جد القيم الأربع للمتغيرة X.

(٢) احسب الاحتمال $P(X = 0)$.

(٣) حدّد التوزع الاحتمالي للمتغيرة .

(٤) قدّر متوسط ربح المخزن الناتج عن استقبال 200 زبون.

١١. (٤ علامات)

ينتج أحد المصانع سائلاً معقماً حيث أن الإنتاج اليومي لهذا السائل هو 200 ل. يتم إفراغها كل صباح في مستوعب سعته 520 ليترًا.

خلال النهار يتم بيع 40% من الكمية الموجودة في المستوعب.

لنرمز بالحرف U_n إلى كمية السائل في المستوعب في صباح اليوم ذو الرقم n وذلك بعد إضافة الإنتاج اليومي إلى

المستوعب. وهكذا فإن $U_1 = 200$. نفترض أن $U_{n+1} = 0.6U_n + 200$

(١) احسب U_3 .

(٢) لتكن المتتالية (V_n) معرفة كما بالمعادلة $V_n = 500 - U_n$ حيث أن هو العدد $n \geq 1$.

أ- برهن أن (V_n) هي متتالية هندسية. احسب حدّها الأول V_1 وكذلك نسبتها المشتركة r.

ب- جد V_n ثم U_n بدلالة n.

ج- هل يحتاج المصنع إلى مستوعب آخر لتخزين إنتاجه؟ برّر إجابتك.

(٣) يباع كل ليتر من السائل ب 4 000 ل.ل. احسب مردود المصنع في نهاية الأيام الخمسة الأولى.

بيّن الجدول أدناه الراتب الشهري لبشير خلال السنوات

2010	2009	2008	2007	2006	2005	2004	العام
7	6	5	4	3	2	1	x_i رتبة السنة
1950	1850	1820	1750	1740	1720	1650	الراتب الشهري y_i بالآلاف الليرات

القسم A

- ١) برّر وجود ترابط خطّي موجب وقوي بين المتغيّرين x و y .
- ٢) اكتب معادلة الانحدار الخطّي $(D_{y/x})$.
- ٣) لنفترض أن النموذج أعلاه يستمرّ صالحًا حتى السنة 2021.
أ- قَدّر راتب بشير الشهري في العام 2012.
ب- هل يصل راتب بشير إلى 2 200 000 ل.ل. قبل العام 2015؟ برّر إجابتك.

القسم B

يريد بشير أن يأخذ قرضًا من المصرف قيمته 60 000 000 ليرة لبنانية. يعرض المصرف على بشير ان يعيد القرض بواسطة دفعات شهرية لمدة عشر سنوات وذلك بفائدة سنوية معدلها 8% ومركبة شهريًا. يوافق البنك على منح القرض لبشير فقط في حال كانت الدفعة الشهرية لا تتجاوز ثلث راتبه الشهري.

- ١- احسب قيمة الدفعة الشهرية
- ٢- بناء على النموذج أعلاه وعلى شروط البنك، في أية سنة يمكن لبشير الحصول على القرض؟ برر إجابتك.

IV- (٨ علامات)

القسم A

لتكن الدالة المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ كما يلي $f(x) = 4xe^{-x+1}$ وليكن (C) بيان هذه الدالة في المستوى الإحداثي $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- ١- حدّد $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. استنتج مقاربا للبيان (C).
- ٢- تحقّق أن $f'(x) = 4(1-x)e^{-x+1}$ وانشئ جدول التغيّر للدالة f .
- ٣- احسب $f(2)$ و $f(3)$ ثمّ ارسم (C).
- ٤- يتقاطع المستقيم (D) ذو المعادلة $y = 2.5$ مع البيان (C) في النقطتين A و B حيث ان $X_A = \alpha$ و $X_B = \beta$.
نفترض أن $0.31 < \alpha < 0.33$ ، تحقّق أن $2.30 < \beta < 2.32$.
هـ في ما يلي نفترض أن $\alpha = 0.32$ و $\beta = 2.31$.

القسم B

ينتج أحد المصانع ألعابا. والطلب على هذه الألعاب بالآلاف يتمثل بالدالة $D(x) = 4e^{-x+1}$ حيث أن x هو سعر اللعبة بالآلاف الليرات اللبنانية.

- ١- تحقّق أن $f(x)$ يمثّل المردود الناتج عن بيع كل الكمية المطلوبة وأن هذا المردود هو بملايين الليرات اللبنانية. $(0.2 \leq x \leq 6)$
- ٢- أ - جد سعر اللعبة الواحدة كي يبلغ المردود قيمته القصوى. حدّد عندئذ قيمة هذا المردود بملايين الليرات اللبنانية.
ب - احسب مرونة الطلب $E(x)$ بالنسبة إلى السعر.
- ٢ - ج - حدّد قيمة هذه المرونة عندما يبلغ المردود قيمته القصوى. اعط تفسيرًا اقتصاديًا لذلك.
- ٣ - أ - إذا تجاوز المردود مليونان وخمسمائة ألف ليرة، في أي مجال يتغيّر سعر اللعبة؟
ب - استنتج المجال الذي تتحرّك فيه الكمية المطلوبة من اللعب.