وزارة التربية والتعليم العالي المديرية العامة للتربية دائرة الامتحانات الرسمية	امتحانات الشهادة الثانوية العامة فرع: الإجتماع والإقتصاد	دورة العام ٢٠١٧ العاديّة الخميس ١٥ حزيران ٢٠١٧
عدد المسائل: اربع	مسابقة في مادة الرياضيات المدة: ساعتان	الاسم: الرقم:

ملاحظة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.

- يستطيع المرشّح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة).

I - (4 points)

Un magasin vend seulement des LCD et des laptops.

Une enquête menée auprès des clients de ce magasin, a montré que :

- 20% des clients de ce magasin achètent un LCD ;
- 60 % des clients qui achètent un LCD, achètent aussi un laptop ;
- 20% des clients qui n'achètent pas un LCD, achètent un laptop.

Un client peut acheter un LCD, un laptop, les deux à la fois, comme il peut ne rien acheter.

Partie A

On choisit au hasard un client parmi ceux qui ont été interrogés.

Soit les évènements suivants:

D : « Le client a acheté un LCD » ; L : « Le client a acheté un laptop ».

1) a- Calculer la probabilité $P(D \cap L)$.
   b- Montrer que la probabilité que le client ait acheté un laptop est de 0,28 .
2) Le client n'a pas acheté un laptop. Calculer la probabilité qu'il ait acheté un LCD.

Partie B

Le profit réalisé par la vente d'un LCD est de 150 000 LL et celui réalisé par la vente d'un laptop est de 250 000 LL.

Soit X la variable aléatoire égale au profit que ce magasin réalise grâce à chaque client servi.

1) Trouver les quatre valeurs possibles de X.
2) Calculer la probabilité $P(X = 0)$.
3) Déterminer la loi de probabilité de X.
4) Si le magasin reçoit 200 clients, estimer alors le profit moyen réalisé par ce magasin.

II - (4 points)

Une entreprise fabrique un détergent liquide. Chaque matin, la production quotidienne de 200 litres est versée dans un réservoir de capacité de 520 litres.

Pendant la journée, 40% du contenu du réservoir est vendu.

On désigne par U_n le contenu du réservoir, le matin du $n^{\text{ième}}$ jour, après avoir versé la production quotidienne. Ainsi $U_1 = 200$.

On admet que $U_{n+1} = 0{,}6\, U_n + 200$.

1) Calculer U_3.
2) Pour tout $n \geq 1$, on définit la suite (V_n) par $V_n = 500 - U_n$.
   a- Montrer que (V_n) est une suite géométrique. Donner son premier terme V_1 et sa raison q.
   b- Exprimer V_n puis U_n en fonction de n.
   c- L'entreprise aura-t-elle besoin d'un deuxième réservoir pour stoker sa production ? Justifier.
3) Chaque litre du détergent liquide est vendu à 4 000 LL.
   Calculer le revenu à la fin des cinq premiers jours

III- (4 points)

Le tableau suivant donne le salaire mensuel que touche Bachir, chaque année, entre 2004 et 2010.

Années	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Rang de l'année: x_i	1	2	3	4	5	6	7
Salaire mensuel: y_i (en milliers LL)	1 650	1 720	1 740	1 750	1 820	1 850	1 950

Partie A

1) Justifier qu'il y a une forte corrélation linéaire positive entre les deux variables x et y.
2) Déterminer une équation de la droite de régression ($D_{y/x}$).
3) On suppose que le modèle précédent reste valable jusqu'à l'année 2021.
   a- Estimer le salaire de Bachir en 2012.
   b- Le salaire de Bachir atteint-il 2 200 000LL avant 2015? Justifier.

Partie B

Bachir désire emprunter 60 000 000LL à une banque. Cette banque lui propose de rendre cet emprunt en versements mensuels pour une période de 10 ans, à un taux d'intérêt annuel de 8% avec capitalisation mensuelle des intérêts. La banque accepte de lui prêter cette somme si le montant du versement mensuel ne dépasse pas le tiers de son salaire mensuel.

1) Calculer le montant de chaque versement mensuel.
2) En se basant sur le modèle précédent et aux conditions de la banque, en quelle année Bachir peut-il avoir ce prêt ? Justifier.

IV- (8 points)

Partie A

Soit f la fonction définie sur [0; + ∞[par $f(x) = 4xe^{-x+1}$ et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) Déterminer $\lim_{x \to +\infty} f(x)$. En déduire une asymptote à (C).
2) Vérifier que $f'(x) = 4(1-x)e^{-x+1}$ et dresser le tableau de variations de f.
3) Calculer $f(2)$, $f(3)$ et tracer (C).
4) la droite (D) d'équation $y = 2,5$ coupe la courbe (C) en deux points d'abscisses α et β.
   En admettant que $0,31 < \alpha < 0,33$, vérifier que $2,30 < \beta < 2,32$

Dans ce qui suit on prend $\boldsymbol{\alpha = 0,32}$ et $\boldsymbol{\beta = 2,31}$.

Partie B

Une entreprise fabrique des jouets. La demande, exprimée en milliers de jouets, est modélisée par $d(x) = 4e^{-x+1}$ où x est le prix unitaire d'un jouet en milliers L.L.

1) Vérifier que $f(x)$ représente le revenu provenant de la vente de la quantité demandée et qu'il est exprimé en millions L.L $(0,2 \leq x \leq 6)$
2) a- Trouver le prix unitaire d'un jouet pour que le revenu soit maximal ?
   Déterminer, en millions L.L, ce revenu maximal.
   b- Calculer l'élasticité $e(x)$ de la demande par rapport au prix.
   c- Déterminer la valeur de cette élasticité dans le cas où le revenu est maximal. Interpréter.
3) a- Dans quel intervalle varie le prix unitaire d'un jouet si le revenu dépasse 2 500 000 L.L?
   b- En déduire l'intervalle dans lequel varie la quantité de jouets demandée.

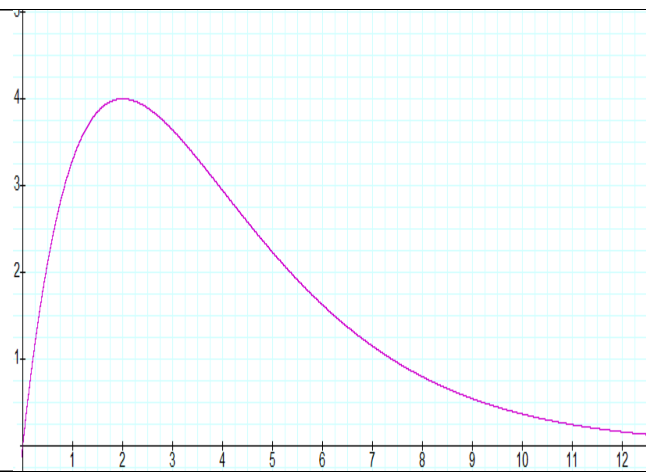
مشروع معيار التصحيح — مسابقة في مادة الرياضيات

QI	Corrigé	N
A1a	$p(D\cap L)=P(L/D)\times P(D)=\dfrac{12}{100}=0{,}12$	1
A1b	$p(L) = p(L\cap D) + p(L\cap \overline{D}) = (0,2)(0,6) + (0,8)(0,2) = 0,28$	1
A 2	$P(\overline{D}/L)=\dfrac{P(\overline{D}\cap L)}{P(L)}=\dfrac{0,8\times 0,2}{0,28}=0,571$	1
B1	$X\in \{0; 150000; 250000 ; 400000\}$	0,5
B2	$p(X=0) = p(\overline{D}\cap\overline{L}) = 0.64$	1
B3	$p(X=250000) = p(\overline{D}\cap L) = 0.2\times 0.8 = 0.16$ $p(X=150000) = p(D\cap\overline{L}) = 0.2\times 0.4 = 0.08$ $p(X=400000) = p(D\cap L) = 0.12$ $X=x_i$: 0 ; 150000 ; 250000 ; 400000 $P_i = p(X=x_i)$: 0.64 ; 0.08 ; 0.16 ; 0.12	1,5
B4	$E(X) = 0 + 12000 + 40000 + 48000 = 100000$ L.L. ; $200\times E(X) = 20\,000\,000$ LL. alors le profit moyen réalisé par ce magasin est de 20 000 000 LL.	1

QII	Corrigé	N
1	$U_2 = 0.6U_1 + 200 = 120 + 200 = 320$ $U_3 = 0.6\,U_2 + 200 = 192 + 200 = 392$	1
2a	$V_{n+1}=500-U_{n+1}=500-0.6\,U_n-200=-0,6U_n+300=-0.6(500-U_n)+300=0,6V_n$. Donc (V_n) est une suite géométrique de raison q = 0,6 et de premier terme V_1= 300.	2
2b	$V_n=V_1.q^{n-1}=300.(0,6)^{n-1}$. $U_n=500-300.(0,6)^{n-1}$.	1
2c	Non car $U_n-500=-300\times 0.6^{n-1}<0$	1,5
3	$U_1=200; U_2=320; U_3=392; U_4=435.2; U_5=461.12$ $U_1+U_2+U_3+U_4+U_5=1808.32$ $R = 4000\times 0.4\times 1808.32 = 2,893,312$ LL.	1,5

QIII	Corrigé	N
A1	$r = 0.97\approx 1$	1

A2	$D_{y/x}$: y = 44,285x +1605.71.	1
A3a	pour x = 9 ; y =2,0042,65 LL	1
A3b	x=12 ; y =2137128 LL< 2200000LL alors il ne peut pas atteindre 2,200,000 LL en 2015	1
B1	$V = a\dfrac{1-(1+i)^{-n}}{i}$; $60\ 000\ 000 = a\dfrac{1-\left(1+\dfrac{8}{100\times 12}\right)^{-120}}{\dfrac{8}{100\times 12}}$; $60\ \ 000\ 000 = a\times\dfrac{1-0.45052346}{0.0066666}$; $60\ \ 000\ 000 = a\times 82.504$; $a = 727237.46$ LL.	1.5
B2	727237,46×3 = 2181712,38 LL 2181,71238= 44.285x +1605.71 $\Rightarrow$ x=13 ,006 >13 soit x=14 c.à.d. en 2017.	1.5

QIV	Corrigé	N
A1	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} 4xe^{-x+1} = \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{4x}{e^{x-1}} = \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{4}{e^{x-1}} = 0$ (RH) L'axe des abscisses est une asymptote à la courbe.	1
A2	$f(x) = 4xe^{-x+1}$; $f'(x) = 4e^{-x+1} - 4xe^{-x+1}$ $f'(x) = 4(1-x)e^{-x+1}$ $\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & 1 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & 0 & \nearrow & 4 & \searrow & 0 \end{array}$	2
A3	 $f(2) = 8e^{-1} \approx 2,94$ $f(3) = 12e^{-2} \approx 1,6$	2.5
A4	$(f(2,3)-2,5)\times(f(2,32)-2,5) = 0,07\times(-0,03) < 0$	1
B1	Le revenu est $(x)(1000)\times\big(d(x)\big)(1000) = f(x)$ en millions.	1
B2a	le revenu maximal pour un prix de 1000 LL est de 4 000 000LL	1.5
B2b	$d(x) = 4e^{-x+1}$ donc $d'(x) = -4e^{-x+1}$ alors $E(x) = x\dfrac{d'(x)}{d(x)} = -x$	1
B2c	pour x=1 le revenu est maximal d'où Elasticite est unitaire	1.5
B3a	entre 321 LL et 2309 LL	1.5
B3b	$d'(x) < 0$; 0,32 <x<2,31 ; et d decroissante donc d(2,31)< d(x)< d(0,32). Alors la demande est entre 1080 et 14973 jouets.	1