دورة سنة ٢٠٠٨ الاكمالية الاستثنائية	امتحانات الشهادة الثانوية العامة الفرع : علوم الحياة	وزارة التربية والتعليم العالي المديرية العامة للتربية دائرة الامتحانات
الاسم: الرقم:	مسابقة في مادة الرياضيات المدة ساعتان	عدد المسائل : اربع

ملاحظة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات أو رسم البيانات

- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة)

I- (4 points)

Dans le tableau suivant, une seule des réponses proposées à chaque question est correcte.
Ecrire le numéro de chaque question et donner, avec justification, la réponse qui lui correspond.

Nº	Questions	Réponses a	Réponses b	Réponses c	Réponses d
1	Si $\frac{\pi}{6}$ est un argument de z, alors un argument de $\frac{i}{\bar{z}^2}$ est:	$-\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{6}$	$-\frac{5\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{6}$
2	Si $z=-\sqrt{3}+e^{i\frac{\pi}{6}}$, alors la forme exponentielle de z est:	$e^{\frac{5\pi}{6}i}$	$e^{\frac{7\pi}{6}i}$	$\sqrt{3}e^{-\frac{\pi}{6}i}$	$e^{-\frac{5\pi}{6}i}$
3	Si z et z' sont deux nombres complexes tels que $\lvert z\rvert=2$ et $z'=z-\frac{1}{\bar{z}}$, alors $\lvert z'\rvert=$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$
4	Si z est un nombre complexe tel que $\lvert z\rvert=\sqrt{2}$, alors $\lvert \bar{z}+i\bar{z}\rvert=$	$2\sqrt{2}$	2	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$

II- (4 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ on donne les points :
A(0 ; 1 ; – 2), B(2 ; 1 ; 0), C(3 ; 0 ; – 3) et H(2 ; 2 ; – 2).

1) Montrer que x – 2y – z = 0 est une équation du plan (P) déterminé par les points H, A et B et vérifier que le point C n'appartient pas à ce plan.

2) a- Montrer que le triangle HAB est isocèle en H.
b- Montrer que (CH) est perpendiculaire à (P).
c- Prouver que CA = CB et déterminer un système d'équations paramétriques de la bissectrice intérieure (δ) de l'angle ACB.

3) Soit T le projeté orthogonal de H sur le plan (ABC).
Montrer que T appartient à (δ).

III- (4 points)

Pour faire face à une certaine maladie, on vaccine 40% des personnes d’une population.
On remarque par la suite que 85% des personnes vaccinées ne sont pas atteintes par la maladie et que 75% des personnes non vaccinées sont atteintes par la maladie.
On choisit, au hasard, une personne de cette population.
Soit les événements suivants :

M : « la personne choisie est atteinte par la maladie ».

V : « la personne choisie est vaccinée».

1) a- Vérifier que la probabilité de l’événement $M \cap V$ est égale à $\frac{6}{100}$.

   b- Quelle est la probabilité que la personne choisie soit atteinte par la maladie et non vaccinée?

   c- En déduire la probabilité P (M).

2) La personne choisie est non atteinte par la maladie.
   Calculer la probabilité qu’elle soit vaccinée.

3) Dans cette partie, on suppose que cette population est formée de 300 personnes.
   On choisit, au hasard, 3 personnes de cette population.
   Quelle est la probabilité que, parmi les 3 personnes choisies, il y ait au moins une qui soit vaccinée ?

IV- (8 points)

Soit f la fonction définie sur]1 ; + ∞ [par $f(x) = x - \frac{1}{x \ln x}$ et on désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) Calculer $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$ et en déduire une asymptote à (C).

2) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. Démontrer que la droite (d) d'équation y = x est une asymptote à (C) et étudier la position de (C) par rapport à (d).

3) Calculer f '(x) et montrer que f est strictement croissante.
   Dresser le tableau de variations de f.

4) Montrer que l'équation f(x) = 0 admet une racine unique α et vérifier que $1,5 < \alpha < 1,6$.

5) Tracer (d) et (C).

6) a- Calculer l'aire A(t) du domaine limité par la courbe (C), la droite (d) et les deux droites d’équations $x = e$ et $x = t$ où $t > e$.

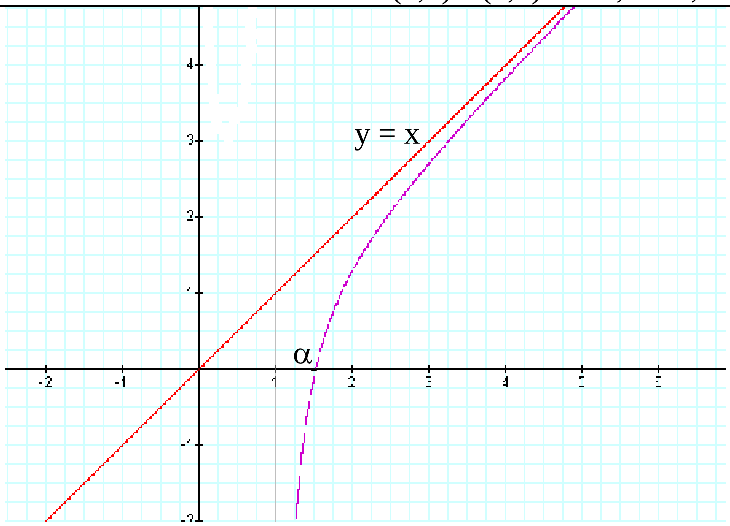
   b- Montrer que pour tout $t > e$, on a $A(t) < t$.

مشروع معيار التصحيح	امتحانات الشهادة الثانوية العامة الفرع : علوم الحياة	دورة سنة ٢٠٠٨ الاكمالية الاستثنائية

I	Corrigé		Note
1	$\arg\left(\frac{i}{\bar{z}^2}\right) = \arg(i) - 2\arg(\bar{z})\ [2\pi] = \frac{\pi}{2} + 2\left(\frac{\pi}{6}\right)\ [2\pi] = \frac{5\pi}{6}\ [2\pi]$	**d**	1
2	$z = -\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i = e^{i\left(\frac{5\pi}{6}\right)}$	**a**	1
3	$z' = \frac{z\bar{z}-1}{\bar{z}} = \frac{\lvert z\rvert^2 - 1}{\bar{z}} = \frac{3}{\bar{z}}$, donc $\lvert z'\rvert = \frac{3}{\lvert z\rvert} = \frac{3}{2}$	**c**	1
4	$\lvert \bar{z} + i\bar{z}\rvert = \lvert \bar{z}(1+i)\rvert = \lvert\bar{z}\rvert \times \lvert 1+i\rvert = \sqrt{2}\times\sqrt{2} = 2$	**b**	1

QII	Corrigé	Note
1	$x_A - 2y_A - z_A = 0 - 2 + 2 = 0$; $x_B - 2y_B - z_B = 2 - 2 - 0 = 0$; $x_H - 2y_H - z_H = 2 - 4 + 2 = 0$, donc $x - 2y - z = 0$ est une équation du plan (P) déterminé par A, B et H. $x_C - 2y_C - z_C = 3 - 0 + 3 \neq 0$, donc C n'appartient pas à (P).	1
2a	$\vec{HA}(-2;-1;0)$; $\vec{HB}(0;-1;2)$ donc HA = HB = $\sqrt{5}$.	0.5
2b	$\vec{HC}(1;-2;-1) = \vec{N}_{(P)}$ donc (CH) est perpendiculaire à (P).	0.5
2c	Les triangles AHC et BHC sont égaux donc CA = CB et le triangle ABC est isocèle en C(ou CA = CB = $\sqrt{11}$) donc la bissectrice de l'angle $A\hat{C}B$ est la médiane relative au côté [AB]. I(1 ; 1 ; – 1) est le milieu de [AB]; $\vec{CI}(-2;1;2)$ est un vecteur directeur de (δ) et C∈(δ) donc un système d'équations paramétriques de (δ) est : x = – 2m +3 ; y = m et z = 2m – 3.	1
3	(CH) est perpendiculaire au plan (P) donc (CH) est orthogonale à la droite (AB) de (P) ; la droite (AB) étant orthogonale à (CI) et à (CH) donc (AB) est perpendiculaire au plan (CHI), par suite les plans (ABC) et (CHI) sont perpendiculaires, d'où le projeté T de H sur (ABC) appartient à la droite (CI) = (δ) , intersection de ces plans. OU: $\vec{AB} \wedge \vec{AC} = 2\vec{i} + 8\vec{j} - 2\vec{k}$ Donc le plan (ABC) a pour équation : $2x + 8y - 2z - 12 = 0$ $(HT): \begin{cases} x = 2t + 2 \\ y = 8t + 2 \\ z = -2t - 2 \end{cases}$ $(HT) \cap (ABC) = \{T\}$ par suite $T\left(\frac{5}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{5}{3}\right)$ T appartient à (δ) pour $m = \frac{2}{3}$.	1

QIII	Corrigé	Note
1a	$P(M \cap V) = P(V)\times P(M/V) = \dfrac{40}{100}\times\dfrac{15}{100} = \dfrac{6}{100}$.	0.5
1b	$P(M \cap \overline{V}) = P(\overline{V})\times P(M/\overline{V}) = \dfrac{60}{100}\times\dfrac{75}{100} = \dfrac{45}{100}$.	0.5
1c	$P(M) = P(M \cap V) + P(M \cap \overline{V}) = \dfrac{6}{100} + \dfrac{45}{100} = \dfrac{51}{100}$.	1
2	$P(V/\overline{M}) = \dfrac{P(V \cap \overline{M})}{P(\overline{M})} = \dfrac{\dfrac{40}{100}\times\dfrac{85}{100}}{1-\dfrac{51}{100}} = \dfrac{34}{49}$.	1
3	Soit A l'événement : « au moins une personne vaccinée parmi les 3 personnes » $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \dfrac{C_{180}^{3}}{C_{300}^{3}} = 0{,}785$.	1

QIV	Corrigé	Note
1	$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = 1 - \propto = -\propto$, la droite d'équation $x = 1$ est une asymptote à la courbe (C).	0.5
2.	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty - 0 = +\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x) - x] = 0$, donc la droite (d) d'équation $y = x$ est une asymptote à (C). $f(x) - x = -\dfrac{1}{x\ln x} < 0$, donc (C) est au-dessous de (d).	1
3	$f'(x) = 1 + \dfrac{\ln x + 1}{x^2 \ln^2 x} > 0$ pour $x > 1$, donc f est strictement croissante . $\begin{array}{c\|c} x & 1 \qquad\qquad +\infty \\ \hline f'(x) & + \\ \hline f(x) & -\infty \nearrow +\infty \end{array}$	1.5
4	f est continue et strictement croissante et f(x) croit de $-\infty$ à $+\infty$ donc l'équation f(x) = 0 admet une seule racine α et $f(1,5)\times f(1,6) = -0,14\times 0,27 < 0$ donc $1,5 < \alpha < 1,6$.	1
5		1.5

6a	$A(t) = \int_e^t [x - f(x)].dx = \int_e^t \frac{1}{x\ln x}.dx = \int_e^t \frac{(\ln x)'}{\ln x}.dx = [\ln(\ln x)]_e^t$ $= \ln(\ln t) - \ln(\ln e) = \ln(\ln t)$.	1.5
6b	$A(t) < t$ si $\ln(\ln t) < t$; $\ln t < e^t$ ce qui est vrai , car la courbe représentative de la fonction ln est au-dessous de celle de la fonction exponentielle.	1