


المادة: الرياضيات الشهادة: المتوسطة نموذج رقم - ٤ - المدة : ساعتان	الهيئة الأكاديمية المشتركة قسم : الرياضيات	 المركز العربي للبحوث والدراسات
---	---	---

نموذج مسابقة (براعي تعليق الدروس والتوصيف المعدل للعام الدراسي ٢٠١٦-٢٠١٧ وحتى صدور المناهج المطورة)

ارشادات عامة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.  
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة.

### I - (2points)

Répondre par vrai ou faux à chacune des propositions suivantes. **Justifier** la réponse.

- 1) Le nombre  $\sqrt{3} - 1$  est une solution de l'équation  $x^2 + 2x - 2 = 0$ .
- 2) Le prix d'un article a baissé de 20 % puis de 20 %. Après ces deux diminutions, le prix de l'article a baissé de 40 %.
- 3) Pour n'importe quel nombre réel positif  $x$ , le nombre  $[(x + 1)^2 - (x - 1)^2]$  est un réel positif.
- 4) Si ABC est un triangle rectangle en A, alors  $\cos^2 \hat{B} + \cos^2 \hat{C} = 1$ .

### II- (5,5 points)

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé d'axes  $(x'Ox)$  et  $(y'Oy)$ , on donne les points  $A(-1 ; -3)$ ,  $B(-5 ; 1)$  et  $E(2 ; 0)$ .

- 1) a) Placer les points A, B et E.  
b) Soit (D) la droite d'équation  $y = x + 2$ . Montrer que (D) est la médiatrice du segment [AB].
- 2) Soit (C) le cercle de diamètre [BE].  
a) Calculer les coordonnées de K, centre de (C), et montrer que A est un point du cercle (C).  
b) Soit M le point de coordonnées  $(-\frac{3}{2}; m)$  ou  $m$  est un réel. Calculer  $m$  pour que M soit un point de (C).
- 3) Soit F le translaté de E par la translation de vecteur  $\overrightarrow{AB}$ .  
a) Déterminer les coordonnées du point F, et déterminer la nature du quadrilatère ABFE.  
b) Écrire une équation de la droite (D') translatée de la droite (D) par la translation de vecteur  $\overrightarrow{KA}$ .

### III- (2,5 points)

Avant la coupe du monde, un grand magasin avait un stock de 1500 téléviseurs. Sur la durée d'une semaine, le directeur du magasin a noté chaque jour le pourcentage de téléviseurs vendus par rapport au stock existant.

Le tableau ci-dessous montre les ventes faites durant cette semaine.

Jour de la semaine	lundi	mardi	mercredi	jeudi	vendredi	samedi
Pourcentage des ventes	8%	10%	15%	12%	20%	30%

- 1) Calculer le nombre de téléviseurs vendus chaque jour.
- 2) Quel est le pourcentage des téléviseurs non vendus ?
- 3) Tracer le diagramme en bâtons représentant cette série statistique.

### IV- (3points)

- 1) Soit  $Q(x) = (x - 2)^2 - 5(x - 3)(x - 2) + x^2 - 4$ .

- a) Développer, réduire et ordonner  $Q(x)$ .
  - b) Résoudre l'équation  $Q(x) = -30$ .
  - c) Montrer que  $Q(x) = (x - 2)(-3x + 15)$ .
- 2) Soit  $D(x) = x^2 - 4x + 4 + (2x - 4)(x + 3)$  et  $F(x) = \frac{Q(x)}{D(x)}$ .
- a) Factoriser  $D(x)$ .
  - b) Déterminer les valeurs de  $x$  pour lesquelles  $F(x)$  est définie.
  - c) Simplifier  $F(x)$  puis résoudre l'équation  $F(x) = 2$ .

### V-(2points)

Ma cousine dit à son mari : « j'ai acheté 4 chemises identiques et 3 pantalons identiques à 100 000 LL. Mais si j'avais acheté 6 de ces mêmes chemises et 5 de ces mêmes pantalons, j'aurais payé 120 000 L.L »

Il lui répond : « ce que tu dis est impossible ».

- a) Ecrire un système qui traduit les informations données par ma cousine.
- b) Qui a raison, ma cousine ou son mari? Justifier.

### VI- (5points)

Soit (C) un demi-cercle de centre O et de diamètre [AB] de 6cm.

La perpendiculaire en O à [AB] coupe (C) en F. M est un point de l'arc  $\widehat{BF}$ .


Le segment [AM] coupe [OF] en D. La bissectrice de  $\widehat{FOM}$  coupe [AM] en I et le demi-cercle(C) en E.

- 1) Faire une figure.
- 2) a) Démontrer que les triangles AMB et AOD sont semblables.
- b) Calculer  $AM \times AD$ .
- 3) Démontrer que FIM est un triangle rectangle isocèle.
- 4) La droite (FI) coupe (AB) en L.

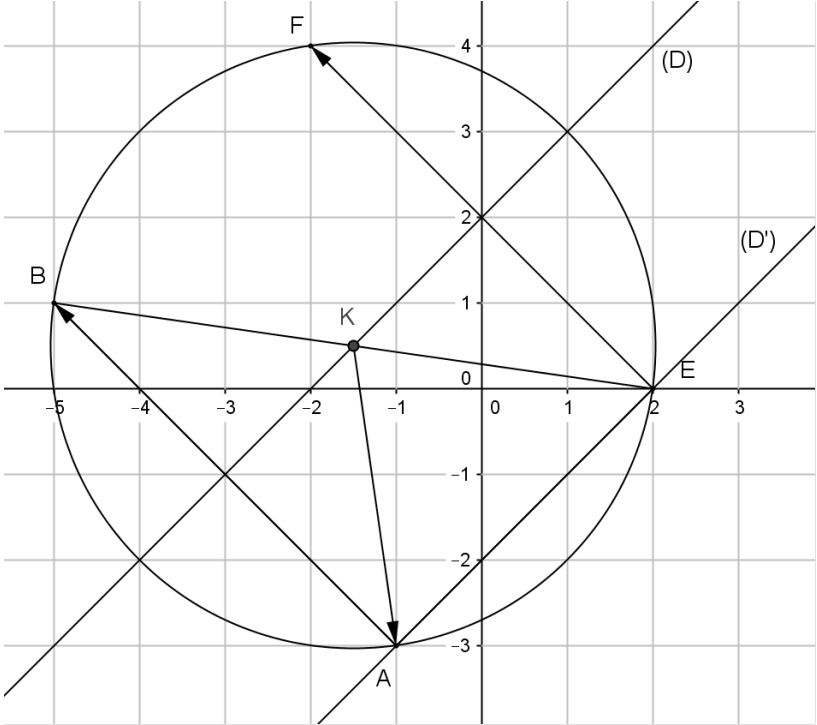
Montrer que  $\frac{LA}{LB} = \frac{IA}{IF}$ .

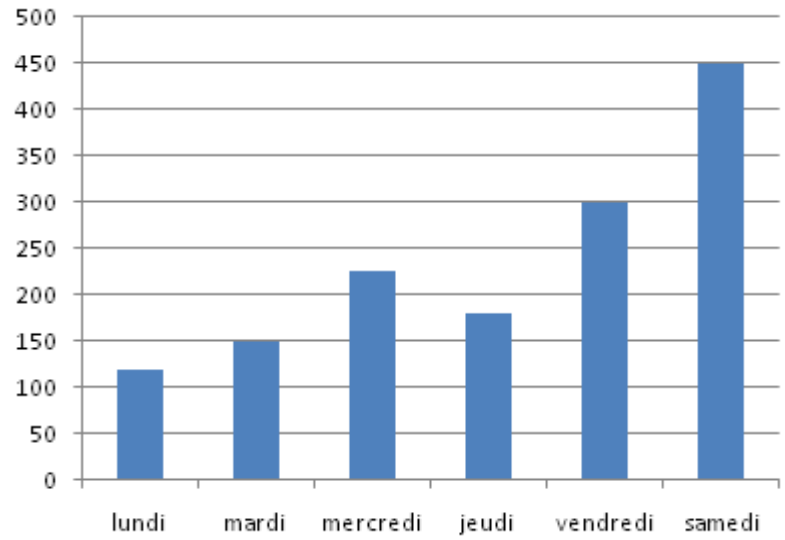
- 5) H est le projeté orthogonal de M sur [AB].

Démontrer que  $MH = \frac{3MB}{AD}$ .

المادة: الرياضيات الشهادة: المتوسطة نموذج رقم - ٤ - المدة : ساعتان	الهيئة الأكاديمية المشتركة قسم : الرياضيات	 المركز العلمي للبحوث والابتكار
---	---	---

أسس التصحيح (تراعي تعليق الدروس والتوصيف المعدل للعام الدراسي ٢٠١٦-٢٠١٧ وحتى صدور المناهج المطورة)

Question	Barème	Note
<b>I</b>	1) La réponse est correcte. Justification : si on remplace x par $(\sqrt{3} - 1)$ l'équation est vérifiée.	0.5
	2) La réponse est fausse. Justification : si x est le prix initial, après la première baisse le prix est $0.8x$ ; après la deuxième baisse le prix devient $0,8 \cdot (0,8x)$ c'est-à-dire $0,64x$ . Le prix a baissé de 36%.	0.5
	3) La réponse est correcte. Justification : $(x + 1)^2 - (x - 1)^2 = 4x$ est un nombre positif, c'est le produit de 2 nombres positifs.	0.5
	4) La réponse est correcte. Justification : $\cos^2 \hat{C} + \cos^2 \hat{B} = \frac{AC^2}{BC^2} + \frac{AB^2}{BC^2} = \frac{AC^2 + AB^2}{BC^2} = 1$	0.5
<b>II</b>	a) 	0.5
	1) b) La pente de $(AB) = -1$ par suite $a_{(AB)} \times a_{(D)} = -1$ donc $(D) \perp (AB)$ . Le milieu de $[AB]$ a pour coordonnées $(-3, -1)$ et $-1 = -3 + 2$ donc appartient à $(D)$ et par suite $(D)$ sera la médiatrice de $[AB]$ car elle passe par le milieu de $[AB]$ et elle est perpendiculaire à $[AB]$ .	1
	2) a) K milieu de $[EB]$ donc $K(-3/2, 1/2)$ Le rayon du cercle $= \frac{EB}{2} = \frac{\sqrt{50}}{2}$ or $AK = \sqrt{\frac{50}{4}} = \frac{EB}{2}$ , donc K est un point de $(C)$	1

	<p>b) <math>KM = \sqrt{(m - \frac{1}{2})^2}</math> M est un point du cercle donc <math>\sqrt{(m - \frac{1}{2})^2} = \sqrt{\frac{50}{4}}</math> alors</p> $(m - \frac{1}{2})^2 = \frac{50}{4}$ $(m - \frac{1}{2}) = \frac{\sqrt{50}}{2} \text{ ou } (m - \frac{1}{2}) = \frac{-\sqrt{50}}{2} \text{ donc } m = \frac{\sqrt{50}}{2} + \frac{1}{2} \text{ ou } m = \frac{-\sqrt{50}}{2} + \frac{1}{2}.$	1														
	<p>a) <math>\vec{EF} = \vec{AB}</math> donc <math>x_F - 2 = -4</math> et <math>y_F = 4</math> d'où F (-2, 4).  ABFE est un rectangle (parallélogramme et a un angle droit).</p>	1														
	<p>3) b) K est un point de (D) et A translaté de K et (AE) // à (D) alors (D') = (AE) .  a) <math>(AE) = \frac{y_E - y_A}{x_E - x_A} = 1</math> ou bien a (D') = a (D) = 1, <math>y = x + b</math> or A appartient à (D') donc <math>y_A = x_A + b</math> et par suite <math>b = -2</math>.</p>	1														
III	<table border="1"> <tr> <td>1) Jour de la semaine</td> <td>lundi</td> <td>mardi</td> <td>mercredi</td> <td>jeudi</td> <td>vendredi</td> <td>samedi</td> </tr> <tr> <td>effectifs</td> <td>120</td> <td>150</td> <td>225</td> <td>180</td> <td>300</td> <td>450</td> </tr> </table>	1) Jour de la semaine	lundi	mardi	mercredi	jeudi	vendredi	samedi	effectifs	120	150	225	180	300	450	1,25
	1) Jour de la semaine	lundi	mardi	mercredi	jeudi	vendredi	samedi									
	effectifs	120	150	225	180	300	450									
<p>2) Le pourcentage des téléviseurs non vendu <math>\frac{75}{1500} = 5\%</math></p>	0,5															
<p>3)</p> 	0,75															
IV	<p>a- <math>Q(x) = (x - 2)^2 + 5(x - 3)(2 - x) + x^2 - 4</math>.  <math>= x^2 - 4x + 4 + 5(-x^2 + 5x - 6) + x^2 - 4</math>  <math>= -3x^2 + 21x - 30</math></p>	0,5														
	<p>1) c- <math>Q(x) = -30</math> donc <math>Q(x) + 30 = 0</math> d'où <math>x = 0</math> ou <math>x = 7</math></p>	0,5														
	<p>d- <math>Q(x) = (x - 2)^2 + 5(x - 3)(2 - x) + (x - 2)(x + 2)</math>  <math>= (x - 2)[(x - 2) - 5(x - 3) + (x + 2)]</math>  <math>= (x - 2)(-3x + 15)</math>.</p>	0,5														
	<p>2) a- <math>D(x) \neq 0</math> donc <math>x^2 - 4x + 4 + (2x - 4)(x + 3) \neq 0</math>  <math>(x - 2)(3x + 4) \neq 0</math>. Donc <math>x \neq 2</math> et <math>x \neq \frac{-4}{3}</math></p>	0,75														
	<p>b- <math>F(x) = \frac{(x - 2)(-3x + 15)}{(x - 2)(3x + 4)} = \frac{-3x + 15}{3x + 4}</math>  - F (x) = 2 alors <math>\frac{-3x + 15}{3x + 4} = 2</math>  <math>-3x + 15 = 2(3x + 4)</math></p>	0,25														

		$x = \frac{7}{9}$	0,5
<b>V</b>		Soit $x$ le prix d'une chemise et $y$ le prix d'un pantalon. $\begin{cases} 4x + 3y = 100\,000 \\ 6x + 5y = 120\,000 \end{cases}$	1,25
		$y = -80\,000$ LL impossible donc ma voisine n'a pas raison.	0,75
<b>VI</b>	1)		0,5
	2)	a) $\widehat{AMB} = 90^\circ$ (le triangle AMB est inscrit dans le demi-cercle (C)) $\widehat{AOD} = 90^\circ$ $\widehat{ADO} = \widehat{ABM} = 90 - \widehat{ADO}$ .	1
		b) $\frac{AM}{AO} = \frac{AB}{AD}$ donc $AM \times AD = AB \times AO = 6 \times 3 = 18$ .	0,5
	3)	(OE) est l'axe de symétrie dans le triangle isocèle OFM. I est un point de cet axe, alors $IF = IM$ par suite le triangle IFM est isocèle. d'autre part $\widehat{AMF} = \widehat{IMF} = 90/2 = 45^\circ$ , alors le triangle FIM est rectangle isocèle.	1
	4)	(FI) // (MB) deux perpendiculaires a une même troisième. D'après Thalès $\frac{LA}{LB} = \frac{IA}{IM}$ or $IM = IF$ alors $\frac{LA}{LB} = \frac{IA}{IF}$ .	1
	5)	Dans le triangle AMB on a : $MH \times AB = MA \times MB$ alors $MH \times 6 = \frac{18}{AD} \times MB$ donc $MH = \frac{18 \times MB}{6 \times AD} = \frac{3 \times MB}{AD}$	1