

المادة: الرياضيات الشهادة: المتوسطة نموذج رقم - ١ - المدة : ساعتان	الهيئة الأكاديمية المشتركة قسم : الرياضيات	 المركز العربي للبحوث والدراسات
-----------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

نموذج مسابقة (يراعي تعليق الدروس والتوصيف المعدل للعام الدراسي ٢٠١٦-٢٠١٧ وحتى صدور المناهج المطورة)

ارشادات عامة : - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.  
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة.

### I- (2 points)

On considère les trois nombres A, B et C.

$$A = \frac{33 \times 10^{-4} \times 30 \times 10^2}{36 \times 10^{-2} \times 22 \times 10} ; B = \frac{7 - \frac{11}{3}}{1 - \frac{1}{6}} ; C = (\sqrt{2} - 1)^2 + (\sqrt{2} + 1)^2$$

En détaillant les étapes de calcul,

- 1) Ecrire A sous forme d'une fraction irréductible.
- 2) Montrer que B est un entier.
- 3) Vérifier que  $C = B + 16A$ .

### II- (3 points)

Le périmètre d'un rectangle vaut 28cm. Si on subit une réduction de 10% sur sa longueur et une augmentation de 20% sur sa largeur, le périmètre sera 28,8cm.

- a) Ecrire un système de 2 équations à 2 inconnues traduisant les informations précédentes.
- b) Vérifier que la longueur initiale de ce rectangle est de 8cm et calculer sa largeur.
- c) Déterminer la nature du quadrilatère après changement des dimensions.

### III- (4 points) Dans la figure ci-contre :

- $x$  est une longueur exprimée en cm telle que  $0 < x < 4$ .
- ABCD est un rectangle tel que  $AB=6\text{cm}$  et  $AD=4\text{cm}$ .
- $BE = DF = x$

On désigne par Y l'aire de la partie hachurée.

1) Montrer que  $Y = -\frac{1}{2}(x^2 - 10x - 24)$ .

2) a. Vérifier que  $Y = -\frac{1}{2}((x - 5)^2 - 49)$ .

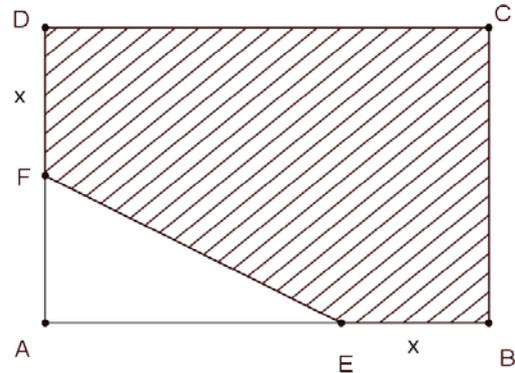
b. Déterminer  $x$  dans le cas où  $Y = 20$ .

3) On désigne par Z l'aire d'un carré de côté  $(x+2)$ .

a. Exprimer Z en fonction de  $x$ .

b. Simplifier  $\frac{Y}{Z}$ .

c. Peut-on calculer  $x$  pour que  $Y = Z$  ?



#### IV- (5.5 points)

Dans un repère orthonormé d'axes  $(x'Ox, y'Oy)$ , on considère les points  $A(3; 0)$  et  $B(-1; 2)$ . Soit  $(d)$  la droite d'équation  $y = 2x + 4$ .

- 1) a. Placer les points A et B.  
b. La droite  $(d)$  coupe  $x'Ox$  en E et  $y'Oy$  en F.  
Déterminer les coordonnées des points E et F, puis tracer  $(d)$ .  
c. Vérifier que B est le milieu de  $[EF]$ .
- 2) a. Déterminer l'équation de la droite  $(AB)$ .  
b. Vérifier que  $(AB)$  est la médiatrice de  $[EF]$ .
- 3) On considère le point  $H(0; \frac{3}{2})$   
a. Vérifier que H est un point de la droite  $(AB)$ .  
b. Montrer que H est l'orthocentre du triangle AEF.
- 4) Soit  $(C)$  le cercle de diamètre  $[AF]$  et  $(\Delta)$  la droite qui passe par A et parallèle à  $(EH)$ .  
a. Vérifier que O et B sont deux points du cercle  $(C)$ .  
b. Ecrire une équation de la droite  $(\Delta)$ .  
c. Montrer que  $(\Delta)$  est tangente à  $(C)$ .

V- (5.5 points) Dans la figure ci-contre:

- $AB = 5$  cm.
- $(C)$  est le cercle de diamètre  $[AB]$  de centre O.
- E est un point de  $(C)$  tel que  $AE = 3$  cm.
- La tangente à  $(C)$  en B coupe  $(AE)$  en F.

1) Reproduire cette figure.

2) a. Calculer BE.

b. Montrer que les deux triangles AEB et ABF sont semblables.

c. En déduire BF et EF.

3) L est un point de  $(FB)$  tel que  $BL = \frac{15}{4}$ , et **B entre L et F**.

a. Comparer les deux rapports  $\frac{FE}{EA}$  et  $\frac{FB}{BL}$ .

b. Déduire que  $(BE)$  est parallèle à  $(AL)$ .

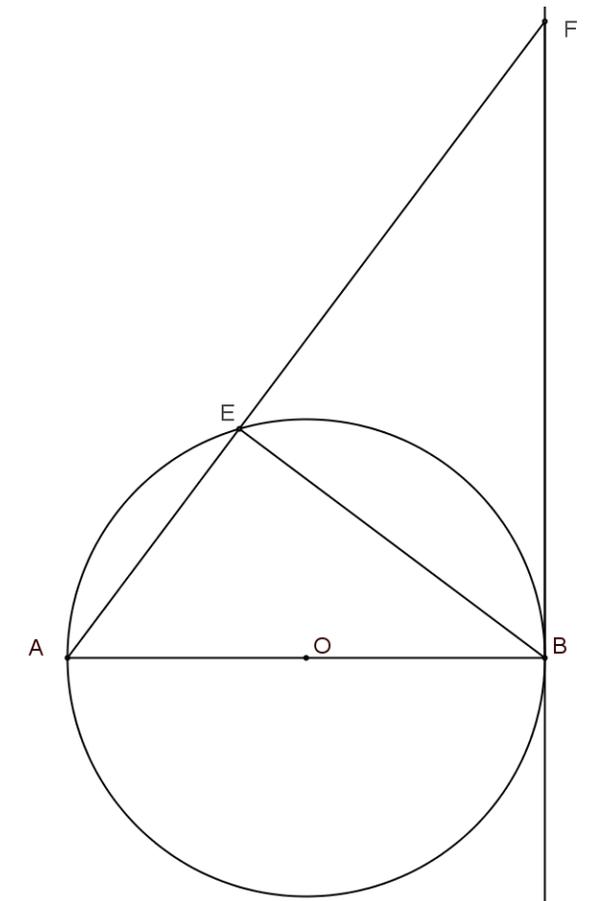
c. Montrer que  $AL = \frac{25}{4}$ .

4) La droite  $(EO)$  coupe le cercle  $(C)$  en H. Soit G le milieu de  $[BL]$ .

a. Montrer que le quadrilatère EAHB est un rectangle. En déduire que H est sur la droite  $(AL)$ .

b. Montrer que  $(GH)$  est tangente à  $(C)$ .

c. Calculer, arrondie au degré près, la mesure de l'angle  $\widehat{GBH}$ .

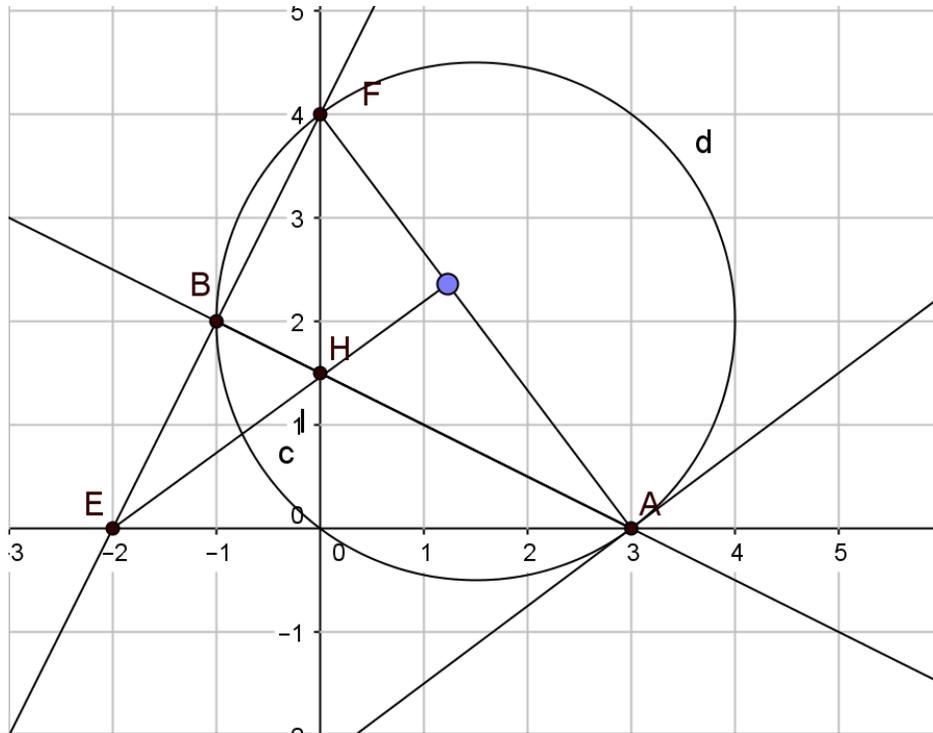


المادة: الرياضيات الشهادة: المتوسطة نموذج رقم - ١ - المدة : ساعتان	الهيئة الأكاديمية المشتركة قسم : الرياضيات	 المركز العلمي للبحوث والابتكار
-----------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

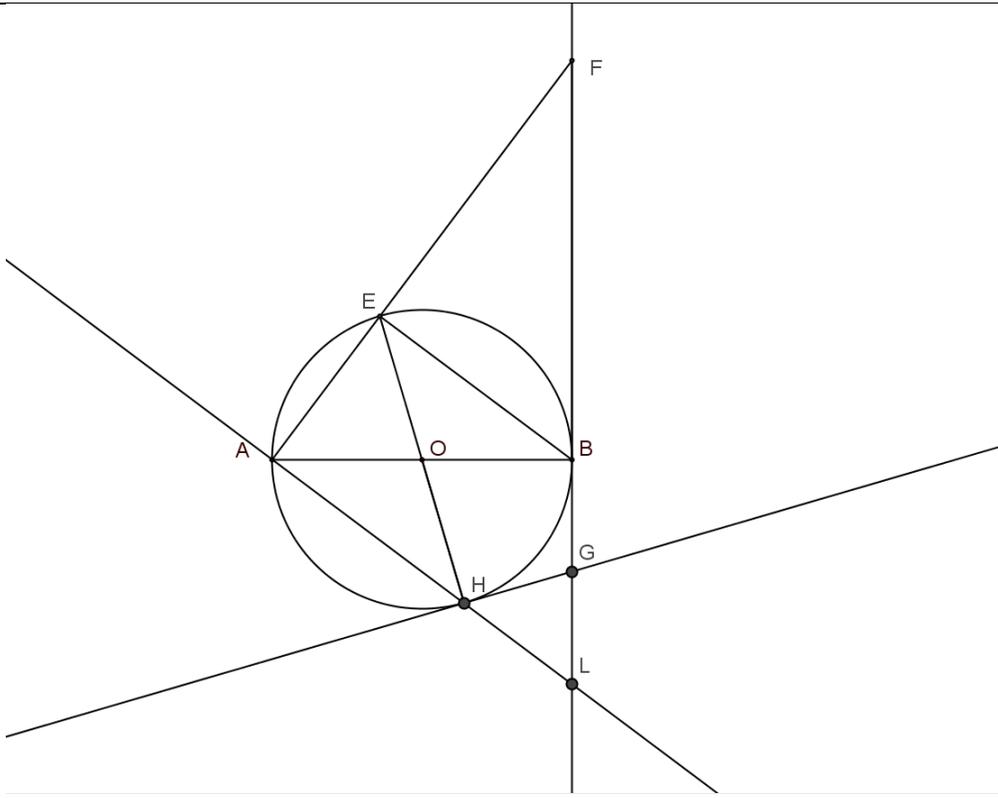
أسس التصحيح (تراعي تعليق الدروس والتوصيف المعدل للعام الدراسي ٢٠١٦-٢٠١٧ وحتى صدور المناهج المطورة)

Question I		
	Réponses	note
1	$A = \frac{33 \times 10^{-4} \times 30 \times 10^2}{36 \times 10^{-2} \times 22 \times 10} = \frac{9 \times 10^{-1}}{72 \times 10^{-1}} = \frac{1}{8} \quad \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ $B = \frac{\frac{10}{3}}{\frac{5}{6}} = 4, \quad \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ $C = (\sqrt{2} - 1)^2 + (\sqrt{2} + 1)^2 = 2 - 2\sqrt{2} + 1 + 2 + 2\sqrt{2} + 1 = 6 \quad \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$	1 $\frac{3}{4}$
2	$16A + B = 2 + 4 = 6$ $C = 6$ , donc $C = B + 16A$ .	1/4
Question II		
a	$2x + 2y = 28\text{cm}$ $2(1-0,1)x + 2(1+0,2)y = 28,8\text{cm}$	1 $\frac{1}{4}$
b	$x=8, y=6$	1
c	$1,2y=7,2$ et $0,9x=7,2$ donc le quadrilatère est un carré.	3/4
Question III		
1	Aire de la partie hachurée $Y = 24 - \frac{(4-x)(6-x)}{2} = \frac{-x^2 + 10x + 24}{2} = -\frac{1}{2}(x^2 - 10x - 24)$ .	1
2.b	$20 = -\frac{1}{2}((x-5)^2 - 49)$ alors $(x-5)^2 - 49 = -40, (x-5)^2 = 9$ $x-5=3$ ou $x-5=-3$ alors $x=8$ (inacceptable) ou $x=2$ . $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$	1 $\frac{1}{4}$
3.a	$Z = (x+2)^2$	1/4
3.b	$\frac{Y}{Z} = \frac{-\frac{1}{2}(x-12)(x+2)}{(x+2)^2} = \frac{-\frac{1}{2}(x-12)}{(x+2)} = \frac{-(x-12)}{2(x+2)}$ (avec $x \neq -2$ )	1/2
3.c	$Y=Z$ donc $\frac{-(x-12)}{2(x+2)} = 1$ alors $-(x-12) = 2(x+2)$ donc $x = \frac{8}{3}$ acceptable.	1

### Question IV



<b>1.a</b>		$\frac{1}{2}$
<b>1.b</b>	E(0; -2) et F(0 ; 4)	$\frac{1}{2}$
<b>1.c</b>	$x_B = \frac{(x_E+x_F)}{2} \quad y_B = \frac{(y_E+y_F)}{2}$	$\frac{1}{2}$
<b>2.a</b>	L'équation de (AB) : $y = a x + b$ $a(AB) = \frac{(y_B - y_A)}{(x_B - x_A)} = \frac{-1}{2}$ et $y_B = \frac{-1}{2} x_B + b$ donc $b = \frac{3}{2}$ . E	$\frac{3}{4}$
<b>2.b</b>	$\text{pente}(AB) \times \text{pente}(d) = -1$ et (AB) passe par B milieu de [EF] donc (AB) est la médiatrice de [EF].	$\frac{1}{2}$
<b>3.a</b>	$y_H = \frac{-1}{2} x_H + \frac{3}{2}$ . donc H est un point de (AB)	$\frac{1}{4}$
<b>3.b</b>	(FH) $\perp$ à (EA) et (AB) $\perp$ à (EF), (AB) et (FH) se rencontrent en H alors H est l'orthocentre du triangle AEF.	$\frac{3}{4}$
<b>4.a</b>	$\widehat{ABF} = 90^\circ$ (ABF triangle inscrit dans un demi-cercle de diamètre [AF]) $\widehat{AOF} = 90^\circ$ ( AOF triangle inscrit dans un demi-cercle de diamètre [AF]) donc B et O sont deux points du cercle.	$\frac{1}{2}$
<b>4.b</b>	L'équation de ( $\Delta$ ) : $y = a x + b$ $a(\Delta) = a(EH) = \frac{(y_E - y_H)}{(x_E - x_H)} = \frac{3}{4}$ et $y_A = \frac{3}{4} x_A + b$ donc $b = \frac{9}{4}$ .	$\frac{3}{4}$

4.c	(EH) $\perp$ à (FA) et (EH) // à (EH) donc (EH) $\perp$ à (FA) en A donc (EH) est tangente au cercle (C) en A.	$\frac{1}{2}$
<b>Question V</b>		
1		$\frac{1}{2}$
2.a	<p>Dans le triangle AEB rectangle en E. D'après Pythagore</p> $BE^2 = AB^2 - AE^2, BE = 4.$	$\frac{1}{2}$
2.b	<p>Les 2 triangles BDE et BAD sont semblables car :</p> <p><math>\hat{A}</math> angle commun</p> $\widehat{AEB} = \widehat{ABF} = 90$	$\frac{1}{2}$
2.c	<p>Rapport de similitude : <math>\frac{AE}{AB} = \frac{AB}{AF} = \frac{EB}{BF} = \frac{1}{4}</math></p> $\frac{3}{5} = \frac{5}{AF} = \frac{4}{BF} \quad \text{donc } BF = \frac{20}{3} \text{ et } AF = \frac{25}{3} \text{ donc } EF = \frac{25}{3} - 3 = \frac{16}{3}.$	$\frac{1}{2}$
3.a	$\frac{EF}{EA} = \frac{16}{9} \text{ et } \frac{FB}{BL} = \frac{16}{9}.$	$\frac{1}{2}$
3.b	$\frac{EF}{EA} = \frac{FB}{BL},$ <p>alors les deux droites (EB) et (AL) sont parallèles d'après la réciproque de Thalès.</p>	$\frac{1}{2}$
3.c	$\frac{EF}{FA} = \frac{EB}{AL} \text{ donc } AL = \frac{15}{4}.$	$\frac{1}{2}$

4.a	<p>Le quadrilatère est un rectangle car ses diagonales se coupent en leur milieu O et l'angle AEB est rectangle.</p> <p>Les deux droites (AH) et (AL) sont confondues (deux parallèles à une même troisième (EB) et passant par un même point A). Donc H est sur (AL).</p>	1
4.b	<p>Dans le triangle BHL rectangle en H on a <math>HG = GB = GL</math> (la médiane vaut la moitié de l'hypoténuse)</p> <p>Alors les deux triangles OBG et OHG sont isométriques.</p> <p><math>\widehat{GHO} = \widehat{OBL} = 90</math> alors BH tangent à (C).</p>	$\frac{1}{2}$
4.c	<p><math>\cos \widehat{GBH} = \frac{BH}{BL} = \frac{3}{\frac{15}{4}} = \frac{4}{5}</math></p> <p>Alors <math>\widehat{GBH} = \cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) = 36,8^\circ \approx 37^\circ</math></p>	$\frac{1}{2}$