

<p>المادة: الرياضيات الشهادة: المتوسطة نموذج رقم -3- المدة : ساعتان</p>	<p>الهيئة الأكاديمية المشتركة قسم : الرياضيات</p>	 <p>المركز التربوي للبحوث والإنماء</p>
---	---	---

نموذج مسابقة (يراعي تعليق الدروس والتوصيف المعدل للعام الدراسي ٢٠١٦-٢٠١٧ وحتى صدور المناهج المطورة)

ارشادات عامة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.  
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة.

### I- (3 points)

Répondre par « vrai » ou « faux » en justifiant .

- 1)  $(-2x - 2)^2 = 4(x + 1)^2$ .
- 2) Les solutions de l'équation  $x^2 + 10 = 0$  sont  $\sqrt{10}$  et  $-\sqrt{10}$  .
- 3) Si  $x$  est un angle aigu et  $\sin x = \frac{1}{3}$ , alors  $\cos x = \frac{2}{3}$ .
- 4) L'équation  $(x + 3)^2 = 0$  n'a pas de solution.
- 5) Si  $x$  est un nombre supérieur à 3, alors  $(x^2 + 1)(2x - 5)$  est positif.

### II- (2 points)

*Remarques : Les questions 1) et 2) sont indépendantes. (Donner les étapes de calcul suivies).*

1) On donne  $A = \frac{1}{\sqrt{7}+1} + \frac{1}{\sqrt{7}-1}$  et  $B = \frac{7}{3\sqrt{7}}$ .

Comparer A et B.

2)

a) Vérifier que:  $\frac{4\sqrt{2}+2}{4+\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ .

b) Utiliser l'égalité précédente pour montrer que  $\frac{(\sqrt{32}+2)^2}{(\sqrt{36}-10-\sqrt{2})^2}$  est un entier .

### III-(4 points)

ABCD est un rectangle tel que  $AB = 4m$  et  $AD = 3m$ .

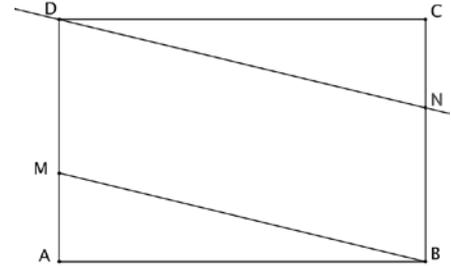
M est un point sur [AD].

La parallèle à (BM) menée de D coupe [BC] en N.

On pose  $AM = x$ .

#### Partie A

- 1) Prouver que :
  - a)  $x$  est plus petit que 3.
  - b) DMBN est un parallélogramme.
  - c)  $NC = x$ .
- 2) Prouver que l'aire S du carré de côté DM est  $(3-x)^2$ .
- 3) Prouver que l'aire S' du parallélogramme DMBN est  $12 - 4x$ .



#### Partie B.

- 1) Factoriser  $S' - S$ .
- 2) Peut-on trouver  $x$  tels que les deux aires soient égales?
- 3) a) Résoudre l'équation  $(x+1)(3-x) = 3$  .  
b) Donner une interprétation géométrique du résultat.

#### IV- (2 points)

Deux nombres ont pour somme 47. Quand on divise l'un des deux par 2 et l'autre par 3, leur somme devient 17,5.

- 1) Parmi les 3 systèmes ci-dessous, lequel traduit cette donnée ?

$$\begin{cases} x + y = 47 \\ 3x + 2y = 17,5 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 47 - x \\ 3x + 2y = 105 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 47 \\ \frac{x+y}{2} + \frac{y}{3} = 17,5 \end{cases}$$

- 2) Déterminer alors les deux nombres.

#### V- (4 points)

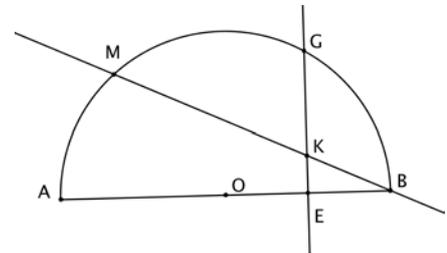
Dans un plan muni d'un repère orthonormé d'axes  $x'Ox$  et  $y'Oy$ , on considère la droite (D) d'équation  $y = 2x - 1$ , les points B(2 ;3) et C(3 ;1).

- 1) Représenter la droite (D) et placer les points B et C.
- 2) La droite (D) passe-t-elle par les points B et C? Justifier.
- 3) Soit (D') la droite d'équation  $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ .
  - a) Montrer que (D') passe par C et est perpendiculaire à (D).
  - b) (D') et (D) se coupent en S. Déterminer, par calcul, les coordonnées du point S
- 4) Déterminer les coordonnées du centre I du cercle circonscrit au triangle BSC ainsi que la longueur de son rayon.
- 5) Déterminer les coordonnées du point A tel que BSCA soit un parallélogramme. Montrer que A est un point du cercle circonscrit au triangle BSC.

#### VI- (5 points)

Dans la figure ci-contre, on a :

- un demi-cercle de diamètre [AB], de centre O;
- $AB = 2R$  ;
- E sur [OB];
- (GE) médiatrice de [OB] (G est un point du demi-cercle);
- K est un point du segment [EG]. La droite (BK) coupe le demi-cercle en M.



- 1) Reproduire la figure, elle sera complétée dans la suite du problème.
- 2) a) Démontrer que le triangle OBG est équilatéral.  
b) Calculer GE en fonction de R.  
c) Calculer l'angle GMB.
- 3) Démontrer que les triangles BEK et BMA sont semblables.  
En déduire que  $BK \times BM = R^2$ .
- 4) La perpendiculaire à (AM) passant par E coupe (AM) en N .  
Trouver le rapport  $\frac{MN}{AM}$
- 5) Dans cette question, on suppose que K est le centre de gravité du triangle GOB.
  - a) Calculer EN et MN en fonction de R.
  - b) Calculer R pour que le périmètre du quadrilatère BMNE soit égal à  $7\sqrt{3} + 3$ .

المادة: الرياضيات الشهادة: المتوسطة نموذج رقم -3- المدة : ساعتان	الهيئة الأكاديمية المشتركة قسم : الرياضيات	 المركز التربوي للبحوث والإنماء
---	---	---

أسس التصحيح (تراعي تعليق الدروس والتوصيف المعدل للعام الدراسي ٢٠١٦-٢٠١٧ وحتى صدور المناهج المطورة)

### Indications de réponses

I.	1)	Vrai. Développer les deux ou : $(-2x - 2)^2 = [-2(x + 1)]^2 = 4(x + 1)^2$	0,5
	2)	Faux L'équation n'a pas de solution : un carré ne peut pas être négatif.	0,5
	3)	Faux . $(\cos x)^2 = 1 - (\sin x)^2 = \frac{8}{9}$ ; $\cos x = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ .	0,75
	4)	Faux. -3 est la seule solution.	0,5
	5)	Vrai car : $x^2 + 1 > 0$ pour tout $x$ ; et $2x - 5 > 0$ quand $x > 2,5$ . Le produit de deux nombres positifs est positif.	0,75
II.	1)	$A = \frac{2\sqrt{7}}{6} = \frac{\sqrt{7}}{3} = \frac{\sqrt{7} \times \sqrt{7}}{3\sqrt{7}} = \frac{7}{3\sqrt{7}}$ , donc $A = B$	0,75
	2) a.	On peut montrer que : $\sqrt{2} \times (4 + \sqrt{2}) = 4\sqrt{2} + 2$ .	0,5
	2) b.	$\frac{(\sqrt{32} + 2)^2}{(\sqrt{36} - 10 - \sqrt{2})^2} = \frac{(4\sqrt{2} + 2)^2}{(6 - 10 - \sqrt{2})^2} = \frac{(4\sqrt{2} + 2)^2}{(-4 - \sqrt{2})^2} = \frac{(4\sqrt{2} + 2)^2}{(4 + \sqrt{2})^2} = \left(\frac{4\sqrt{2} + 2}{4 + \sqrt{2}}\right)^2 = (\sqrt{2})^2 = 2$ , qui est un entier.	0,75
III	1) b	DMBN est un parallélogramme car côtés opposés parallèles.	0,5
	1) c	On a: $AD = BC$ , car ABCD rectangle et $DM = NB$ , car DMBN parallélogramme. Donc : $AD - DM = BC - NB$ , d'où $AM = NC = x$	0,5
	2)	$DM = 3 - x$ , alors l'aire du carré = $(3 - x)^2$ .	0,25
	3)	Plusieurs méthodes de calcul : Aire (DMBN) = aire (ABCD) - 2 x Aire (AMB), car les triangles AMB et DCN sont superposables. Aire (DMBN) = $12 - 4x$ .	0,75
	B	1) $(12 - 4x) - (3 - x)^2 = (3 - x)(x + 1)$ .	0,5
		2) $x = 3$ ou $x = -1$ , les deux valeurs sont à rejeter . 3) a - $(x + 1)(3 - x) = 3$ , donc $x = 2$ ou $x = 0$ . b- l'aire du parallélogramme = l'aire du carré + 3 .	0,5 0,5 0,5
IV	1)	$\begin{cases} x + y = 47 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 17,5 \end{cases}$ qui devient $\begin{cases} y = 47 - x \\ 3x + 2y = 105 \end{cases}$	1
	2)	les deux nombres sont 11 et 36	1

V	1)	figure	0,5
	2)	Pour $x = 2, 2x - 1 = 3$ ; donc B est sur (D).	0,25
		Pour $x = 3, 2x - 1 = 5$ ; donc C n'est pas sur (D).	0,25
	3)	a. Pour $x = 3, -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2} = 1$ ; donc C est sur (D').	0,25
		b. $s\left(\frac{7}{5}; \frac{9}{5}\right)$	0,75
4)	I milieu de [BC]. Donc $I\left(\frac{5}{2}; 2\right)$ $R = IB = \frac{\sqrt{5}}{2}$	0,5 0,5	
5)	$\vec{BA} = \vec{SC}$ , donc : $x - 2 = 3 - \frac{7}{5}$ et $y - 3 = 1 - \frac{9}{5}$	0,5	
	$x = \frac{18}{5}$ et $y = \frac{11}{5}$ BSCA rectangle donc A, donc BSC rectangle en A et A est sur le cercle circonscrit au triangle BSC .	0,5	
VI	1)		0,5
	2)	a-OG = BG (médiatrice) ; OG = OB (rayons) Donc OG = BG = OB et OBG équilatéral.	0,75
		b- $GE = \frac{R\sqrt{3}}{2}$ .	0,25
		c- $G\hat{M}B = \frac{G\hat{O}B}{2} = 30^\circ$ .	0,25
	3)	BMA et BEK sont des triangles rectangles et ils ont un angle commun B. $\frac{BA}{BK} = \frac{AM}{KE} = \frac{MB}{EB}$ ; donc $BK \times BM = BA \times EB = 2R \times \frac{R}{2} = R^2$	0,75 0,5 + 0,5
4)	$\frac{EN}{AM} = \frac{BE}{BA} = \frac{1}{4}$ .	0,75	
5-	a) $AM = \frac{AB}{2} = R$ et $EN = \frac{3R\sqrt{3}}{4}$ . b) $BE = \frac{R}{2}$ et $MN = \frac{R}{4}$ et $MB = R\sqrt{3}$ $\frac{3R\sqrt{3}}{4} + \frac{2R}{4} + \frac{R}{4} + \frac{4R\sqrt{3}}{4} = 7\sqrt{3} + 3$ $R = 4$ .	0,75	