

عدد المسائل ستة	مسابقة في مادة الرياضيات المدة: ساعتان	الاسم: الرقم:
-----------------	---	------------------

ارشادات عامة : - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة.

I- (3 points)

Soit le polynôme: $p(x) = (x - 2)^2 - (2 - x)(x + 4)$.

- 1) Factoriser $p(x)$.
- 2) Développer et réduire $p(x)$.
- 3) a. Développer et réduire $2(x - 3)(x + 2)$.
b. Calculer $p(3)$.
c. Résoudre l'équation $p(x) = 8$.

II- (2 points)

On donne les deux nombres A et B :

$$A = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 + (\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2}); \quad B = \sqrt{50} + \sqrt{150} + \sqrt{96} + \sqrt{54} - 5\sqrt{2}.$$

- 1) Effectuer les calculs et écrire A sous la forme $a + b\sqrt{6}$ où a et b sont deux entiers.
- 2) Effectuer les calculs et écrire B sous la forme $x\sqrt{6}$ où x est un entier.
- 3) En utilisant les réponses des questions 1 et 2, rendre rationnel le dénominateur de l'expression $\frac{A}{B}$ et simplifier la réponse obtenue.

III- (2 points)

Voici le relevé des notes des 30 élèves d'une classe :

12 ; 18 ; 15 ; 11 ; 14 ; 7
14 ; 12 ; 11 ; 8 ; 18 ; 15
7 ; 18 ; 12 ; 14 ; 17 ; 10
14 ; 11 ; 10 ; 18 ; 17 ; 12
7 ; 12 ; 15 ; 8 ; 14 ; 17

- 1) À partir de ce relevé construire le tableau statistique concernant les notes, les effectifs et les effectifs cumulés croissants.
- 2) Quel est le pourcentage des élèves qui ont une note inférieure à 13 ?
- 3) Calculer la note moyenne.

IV- (2 points)

ABC est un triangle isocèle tel que $AB = AC = 3$ cm et $BC = 2$ cm.

M est le milieu de [BC].

- 1) a. Calculer AM.
b. Calculer $\sin \widehat{ABC}$.
- 2) a. Calculer l'aire S du triangle ABC.
b. Prouver que $2S = BA \times BC \times \sin \widehat{ABC}$.

V- (6 points)

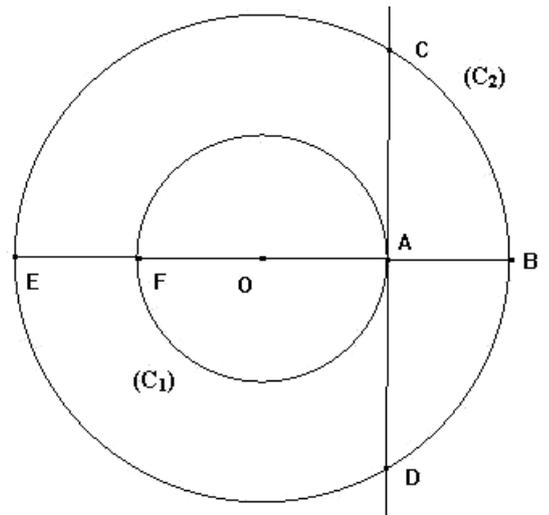
On considère dans un repère orthonormé d'axes $x'Ox$ et $y'Oy$, les points $E(3;3)$, $F(2;-2)$ et $G(-2;4)$.

- 1) Placer les points E, F et G.
- 2) a. On donne $EG = \sqrt{26}$. Calculer EF et FG.
b. Dédire que le triangle EFG est rectangle isocèle en E.
- 3) Soit (C) le cercle circonscrit au triangle EFG.
 - a. Trouver le rayon R de (C).
 - b. Calculer les coordonnées du point I, centre de (C). En déduire que I est sur $(y'y)$.
 - c. Montrer que $P(-3;3)$ est un point de (C).
- 4) a. Calculer les coordonnées du point L, translaté de E par la translation de vecteur \overline{OP} .
b. Déterminer l'équation de la droite (OE).
c. Déterminer l'équation de la droite (d'), translaté de (OE) par la translation de vecteur \overline{OP} .
d. Montrer que P, G et L sont alignés.

VI- (5 points)

Dans la figure ci-dessous, on donne deux cercles (C_1) et (C_2) de même centre O et de rayons respectifs $R_1=2\text{cm}$ et $R_2=4\text{cm}$. Une droite passant par O coupe (C_1) en F et A, et coupe (C_2) en B et E. La tangente menée au cercle (C_1) en A coupe le cercle (C_2) en C et D.

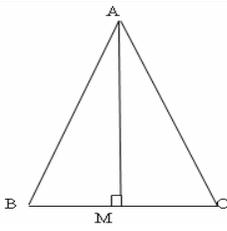
- 1) Montrer que (CD) est la médiatrice de [OB].
- 2) Trouver la nature du triangle OBC.
- 3) Montrer que le quadrilatère OCBD est un losange.
- 4) Soit P le milieu de [CE].
 - a. Calculer OP et déduire que P appartient au cercle (C_1) .
 - b. Montrer que D, O et P sont alignés.
 - c. Montrer que (OP) est perpendiculaire à (CE) et déduire que (CE) est tangente au cercle (C_1) .
 - d. Montrer que (CO) est perpendiculaire à (DE).
- 5) Démontrer que le triangle EBC est un agrandissement du triangle EOP et préciser le centre et le rapport de cet agrandissement.



I	1	$p(x) = (x - 2)^2 - (2 - x)(x + 4)$ $p(x) = (x - 2)(x - 2 + x + 4) = (x - 2)(2x + 2)$ $p(x) = 2(x - 2)(x + 1).$	0.50
	2	$p(x) = 2x^2 + 2x - 4x - 4$ $p(x) = 2x^2 - 2x - 4.$	0.50
	3a	$2(x - 3)(x + 2) = 2(x^2 + 2x - 3x - 6) = 2x^2 - 2x - 12$	0.50
	3b	$p(3) = 2(3 - 2)(3 + 1) = 8.$	0.50
	3c	Si $p(x) = 8$, alors $2x^2 - 2x - 4 = 8$ Donc, $2x^2 - 2x - 12 = 0$ Alors, $2(x - 3)(x + 2) = 0$ Par suite, $x = -2.$ ou $x = 3$	1

II	1	$A = 6 + 2\sqrt{6}.$	0.75
	2	$B = 12\sqrt{6}.$	0.75
	3	$\frac{A}{B} = \frac{6 + 2\sqrt{6}}{12\sqrt{6}} = \frac{6 + 2\sqrt{6}}{12\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{6\sqrt{6} + 12}{12 \times 6} = \frac{\sqrt{6} + 2}{12}$	0.50

III	1	Note	7	8	10	11	12	14	15	17	18	Total	1
		Effectifs	3	2	2	3	5	5	3	3	4	30	
		Effectifs cumulés	3	5	7	10	15	20	23	26	30		
	2	15 élèves ont une note inférieure à 13 leur pourcentage est 50%. :											0.5
3	$\bar{X} = \frac{7 \times 3 + 8 \times 2 + 10 \times 2 + 11 \times 3 + 12 \times 5 + 14 \times 5 + 15 \times 3 + 17 \times 3 + 18 \times 4}{30} = \frac{388}{30} = 12,9$											0,5	

IV	1.a	Le triangle AMB est rectangle en M et $BM = 1 \text{ cm.};$ $AB^2 = AM^2 + BM^2 = AM^2 + 1 = 9;$ donc, $AM^2 = 8$, alors $AM = 2\sqrt{2}$		0.50
	1b	$\sin \widehat{ABC} = \frac{AM}{AB} = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$		0.50
	2a	$S = \text{aire de } ABC = \frac{1}{2} BC \times AM = \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \text{ cm}^2.$		0.50
	2b	$2S = 4\sqrt{2}$ $BA \times BC \times \sin \widehat{ABC} = 3 \times 2 \times \frac{2\sqrt{2}}{3} = 4\sqrt{2}.$ donc, $2S = BA \times BC \times \sin \widehat{ABC}.$		0.50

