| | | |
|---|---|---|
| **وزارة التربية والتعليم العالي**<br>**المديرية العامة للتربية**<br>**دائرة الامتحانات** | **امتحاناتالشهادة الثانوية العامة**<br>**فرع علوم الحياة** | **دورة العام 2015 العادية**<br>**السبت13 حزيـران 2015** |

| | | |
|---|---|---|
| **عدد المسائل :أربع** | **مسابقة في مادة الرياضيات**<br>**المدة ساعتان** | **الاسم:**<br>**الرقم:** |

إرشادات عامة :-يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشّح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة.

## I- (4 علامات)

في الفضاء الإحداثي العائد للنظام $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعطي المستوي (P) ذو المعادلة$x-2y+2z-6=0$ والمستقيمين $(d)$و $(d')$ المعرّفين كما يلي:

$(d):\begin{cases}x=m+1\\y=2m+1\\z=2m+2\end{cases}$ و $(d'):\begin{cases}x=2t\\y=5t-3\\z=4t\end{cases}$ حيث أنّ m وt عددان حقيقيان.

1- جد إحداثيات النقطة A حيث يتقاطع المستقيم (d) والمستوي (P).

2- تحقق أنّ النقطة A تقع على المستقيم (d') وأنّ المستقيم (d') موجود في المستوي (P).

3- أ- أكتب معادلة المستوي (Q) المكوّن من المستقيمين (d) و (d').

ب- برهن أنّ المستويين (P) و (Q) متعامدان.

4- النقطة $B(1;1;2)$ موجودة على المستقيم (d).

أحسب المسافة بين النقطة B والمستقيم (d').

## II - (4 علامات)

في المستوي المركّب العائد للنظام $\left(O;\ \vec{u},\ \vec{v}\right)$، نعطي النقاط $A(-i)$ وَ $B(-2)$ وَ $M(z)$ حيث z هو عدد مركّب غير 2 - . لتكن النقطة $M'(z')$ حيث $z'$ هو عدد مركّب معرّف كما يلي: $z'=\dfrac{1-iz}{z+2}$

1- أ- جدْ الصورة الجبرية للعدد المركّب $(z'+i)(z+2)$ .

ب- أعطِ تفسيراً هندسياً لكل من $|z'+i|$ و $|z+2|$ ثم استنتج أنّ $AM'\times BM=\sqrt{5}$

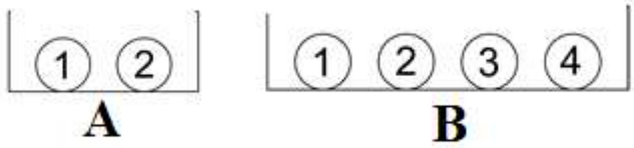
ج- عندما تتحرك النقطة M على دائرة مركزها B ونصف قطرها 1، برهن أن النقطة M' تتحرّك على دائرة، ثمّ حدّد مركز هذه الدائرة ونصف قطرها.

2- لنفترض أنّ $z=-2+iy$ حيث y هو عدد حقيقي غير الصفر.

أ- أكتب بدلالة y الصورة الجبرية للعد المركّب z'.

ب- حدّ د النقطة M عندما يكون z' عدد حقيقي.

**III - (4 علامات)**




لدينا علبتان A وَ B

- تحتوي العلبة A على طابتين تحملان الرقمين 1 وَ 2
- تحتوي العلبة B على أربع طابات تحمل الأرقام 1 وَ 2 وَ 3 وَ 4.

1- نختار عشوائياً إحدى العلبتين، ثم نسحب عشوائياً طابة من هذه العلبة.
نعرّف الحدثين A وَ N كما يلي:

- A: العلبة المختارة هي A
- N: الطابة المسحوبة تحمل الرقم 1

أ- أحسب الاحتمالين $P(N/A)$ و $P(N\cap A)$.

ب- بيّن أن $P(N)=\dfrac{3}{8}$ و استنتج $P(A/N)$.

2- في هذا القسم تم وضع كل الطابات الست في علبة أخرى
نسحب دفعة واحدة وعشوائياً طابتين من هذه العلبة.
نعرّف الحدثين E وَ F كما يلي:

- E: الطابتان المسحوبتان تحملان الرقم نفسه
- F: الطابتان المسحوبتان تحملان رقمين مجموعهما فردي.

أ- تحقق أنّ $P(E)=\dfrac{2}{15}$.

ب- أحسب $P(F)$ و $P(F/\overline{E})$.

**IV- (8 علامات)**

لتكن الدالة $g$ المعرّفة على IR كما يلي : $g(x)=x-1+e^{x}$.

**أ-**

1- برهن أنّ الدالة $g$ متزايدة على IR، ثم أنشئ جدول التغير الخاص بها.

2- أحسب $g(0)$، ثم أدرس إشارة $g(x)$ حسب قيم المتغيّر $x$.

**ب-**

لتكن الدالة $f$ المعرّفة على IR كما يلي $f(x)=\dfrac{(x-2)e^{x}}{1+e^{x}}$، وليكن $(C)$ بيان هذه الدالة في المستوي الإحداثي $(O;\vec{i},\vec{j})$.

ليكن $(\Delta)$ هو المستقيم ذو المعادلة $y=x-2$

1- حدّد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$، ثم استنتج المحاذي (المقارب) الأفقي للبيان $(C)$.

2- أدرس حسب قيم المتغيّر $x$ موقع البيان $(C)$ بالنسبة للمستقيم $(\Delta)$.

3- حدّد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ وبيّن أنّ المستقيم $(\Delta)$ هو المحاذي (المقارب) المائل للبيان $(C)$.

4- برهن أن $f'(x)=\dfrac{e^{x}g(x)}{\left(1+e^{x}\right)^{2}}$ ثم أنشئ جدول التغيّر للدالة $f$.

5- أرسم $(\Delta)$ و $(C)$.

6- للدالة $f$ على الفترة $[0;+\infty[$ دالة عكسية $h$. أحسب $h'(0)$.

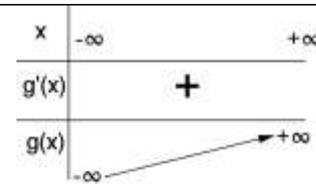
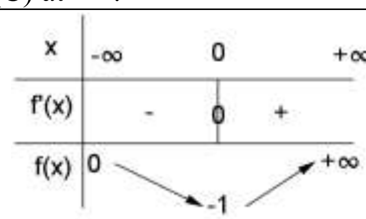
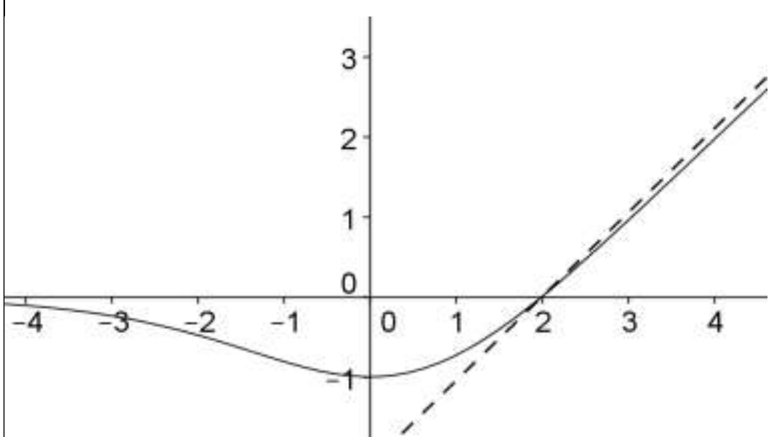
| وزارة التربية والتعليم العالي<br>المديرية العامة للتربية<br>دائرة الامتحانات | امتحانات الشهادة الثانوية العامة<br>فرع علوم الحياة | دورة العام 2015 العادية<br>السبت 13 حزيران 2015 |
|---|---|---|

| عدد المسائل : اربع | مسابقة في مادة الرياضيات<br>المدة ساعتان | الاسم:<br>الرقم: |
|---|---|---|

| Q1 | Answers | M |
|---|---|---|
| 1 | m + 1 – 4m- 2+4m - 6 = 0; m = 3 then A(4;7;8) | 1 |
| 2 | 4=2t ; 7 = 5t – 3; 8 = 4t thus t = 2 unique value,hence, A belongs to (d')<br>2t – 10t +6 +8t -6 =0. So (d') is included in (P). | ½ |
| 3a | $\overrightarrow{AM}.\left(\vec{V}\wedge\vec{V}'\right)=0$ ; $\begin{vmatrix} x-4 & y-7 & z-8 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 5 & 4 \end{vmatrix}=0$ ; $2x-z=0:(Q)$ | 1 |
| 3b | $\vec{N}.\vec{N}'=2+0-2=0$ ; $(P)\perp(Q)$ | ½ |
| 3c | $B\in(d)$ and $(P)\perp(Q)$ and as $(d')$ is the intersection line of the two planes $(P)$ and $(Q)$<br>hense: $d(B;(d'))=d(B;(P))=\frac{\lvert x_B-2y_B+2z_B-6\rvert}{\sqrt{1+4+4}}=\frac{3}{3}=1$ | 1 |

| Q2 | Answers | M |
|---|---|---|
| 1a | $z'+i=\frac{1-iz+iz+2i}{z+2}=\frac{1+2i}{z+2}$ hence $(z'+i)(z+2)=1+2i.$ | 1 |
| 1b | $\lvert z'+i\rvert=AM';\lvert z+2\rvert=BM$ $AM'\times BM=\lvert z'+i\rvert\times\lvert z+2\rvert=\lvert 1+2i\rvert=\sqrt{5}.$ | 1 |
| 1c | $M\in C(B;1)$ ; $BM=1$ ; $AM'=\sqrt{5}$ and M' moves on the circle with center A and radius $\sqrt{5}$ . | ½ |
| 2a | $z=-2+iy;z'=\frac{2}{y}+i\frac{-y-1}{y}$ | 1 |
| 2b | z' is real ; Im(z')=0 ;-y-1=0 then $M(-2;-1)$ | ½ |

| Q3 | | Answers | M |
|---|---|---|---|
| 1 | a | P (N/A)= $\frac{1}{2}$ ; P(N∩A) = P(A)×P(N/A) = $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$. | 1 |
| | b | P(N) = $P(N\cap A)+P(N\cap\overline{A})=\frac{1}{4}+\frac{1}{8}=\frac{3}{8}$ ; P(A/N)= $\frac{P(A\cap N)}{P(N)}=\frac{1/4}{3/8}=\frac{2}{3}$ | 1 |
| 2 | a | P(E) $=\frac{C_2^2}{C_6^2}+\frac{C_2^2}{C_6^2}=\frac{2}{15}$. | ½ |
| | b | The outcomes of F are : ( 1 and 2 ) or ( 1 and 4 ) or ( 2 and 3 ) or ( 3 and 4 ),<br>$P(F)=\frac{C_2^1\times C_2^1+C_2^1\times C_1^1+C_2^1\times C_1^1+C_1^1\times C_1^1}{C_6^2}=\frac{3}{5}$ and $P\left(F/\overline{E}\right)=\frac{P(F\cap\overline{E})}{p(\overline{E})}=\frac{P(F)}{1-p(E)}=\frac{9}{13}$. | 1 ½ |

| Q4 | | Answers | M |
|---|---|---|---|
| A | 1 | $g'(x) = 1 + e^x > 0$ for all x hence g is strictly increasing over IR .   | 1 |
| | 2 | g is strictly increasing over IR and g (0) = 0.<br>If x< 0 then g(x) < 0. for x > 0 then g(x) > 0. | 1 |
| B | 1 | $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \dfrac{\lim\limits_{x\to-\infty}(x-2)e^x}{\lim\limits_{x\to-\infty}(1+e^x)} = 0.$ The x-axis is an asymptote to (C) at -∞ | 1 |
| | 2 | $f(x) - (x-2) = \dfrac{-x+2}{1+e^x}$. Hence, (C) is above (d) for x <2,<br>(C) is below (d) for x >2 and (C) intersects (d) at x=2. | 1 |
| | 3 | $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x-2)] = \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-x}{e^x} = 0.$<br>So the line with equation y = x-2 is an asymptote to (C) at +∞. | 1 |
| | 4 | $f'(x) = \dfrac{\left[e^x + e^x(x-2)\right]\left[1+e^x\right] - e^x(x-2)e^x}{(1+e^x)^2}$<br>$= \dfrac{e^x(x-1+e^x)}{(1+e^x)^2} = \dfrac{e^x g(x)}{(1+e^x)^2}.$   | 1 |
| | 5 |   | 1 |
| | 6 | Since f(2) = 0 henceh'(0)= $\dfrac{1}{f'(2)} = \dfrac{1+e^2}{e^2}$ | 1 |