وزارة التربية والتعليم العالي المديرية العامة للتربية دائرة الامتحانات الرسميّة	امتحانات الشهادة الثانوية العامة فرع: العلوم العامة	دورة العام ٢٠١٦ الإستثنائية الخميس ٤ آب ٢٠١٦
عدد المسائل: ست	مسابقة في مادة الرياضيات المدة: أربع ساعات	الاسم: الرقم:

ملاحظة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشّح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة).

I- (علامتان)

في الجدول التالي يوجد جواب واحد فقط صحيح بين كالأجوبة المقترحة لكل سؤال، أكتب رقم كل سؤال وبرِّر إجابتك له:

الرقم	الأسئلة	الإجابات a	b	c	d
١	إذا كان $F(x)=\int_1^x e^{t^2}dt$ فإن $F'(2)=$	e^4	$4e^4$	e^{16}	$4e^{16}$
٢	إذا كان $n \in \mathbb{N}-\{0;1\}$ فإن $C_n^2+C_n^3+......+C_n^{n-1}+C_n^n=$	2^n-n+1	2^n+n-1	2^n-n-1	2^n+n+1
٣	z' هما عددان مركّبان حيث أن $z\neq -3i$ و $z'=\frac{z+3i}{\overline{z-3i}}$ لذلك $\lvert z'\rvert=$	$\frac{1}{2}$	1	2	3
٤	إذا كان $f(x)=\ln(e^x-x)$ و $g(x)=\text{arctg}(2x)$ حيث أن x هو عدد حقيقي، فإن $(fog)'(0)=$	0	1	2	3

II - (علامتان ونصف)

في الفضاء الإحداثي العائد للنظام $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعطي النقطتين $A(0;-3;5)$ و $B(-2;0;1)$ والمستقيم (D)

ذو المعادلات $x=k+3$ ، $y=4k+1$، وَ $z=2k+6$; حيث أن k هو عدد حقيقي.

١) أكتب معادلات المستقيم (AB).

٢) برهن أن (AB) و (D) هما خطّان مخالفان (غير موجودان في مستوي واحد).

٣) (Q) هو المستوي الذي يحتوي (AB) والموازي للمستقيم (D). بيِّن أن معادلة (Q)
هي $-2x+z-5=0$.

٤) أ- أكتب معادلات المستقيم (D’) المار بالنقطة A والمتعامد مع المستوي(Q) .
ب- برهن أن (D) و (D’) يتقاطعان في نقطة E يتمّ تحديد إحداثياتها.

٥) F هي نقطة في المستوي (Q) حيث أن $x_F<0$ و $y_F=0$.
أحسب إحداثيات النقطة F بحيث أن حجم الهرم الثلاثي AFBE يساوي 5 وحدات مكعَّبة.

III – (علامتان ونصف)

في المستوي الإحداثي العائد للنظام $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$، نعطي المستقيم (Δ) ذو المعادلة $x=-\frac{1}{4}$ والنقاط $A(4;2)$ ، $E(0;1)$ و $F(m;0)$ حيث أن العدد الحقيقي $m<1$.

١) احسب m بحيث أن $AF=\frac{17}{4}$.

فيما يلي نأخذ $m=\frac{1}{4}$.

٢) برهن أن النقطة A تقع على قطع مكافئ (P) دليله (Δ) وَ بؤرته النقطة F.

٣) أ- أكتب معادلة (P).

ب- ارسم (P).

٤) أ- برهن أن (AE) مماس للقطع المكافئ (P).

ب- أحسب مساحة المنطقة المحدَّدة بالقطع (P) والقطعتين [OE] وَ [AE].

٥) يتقاطع المستقيم (AE) مع المستقيم (Δ) في النقطة L . ليكن (d) المستقيم المارّ بالنقطة L والمتعامد مع المستقيم(AL) .

برهن أن (d) مماس للقطع (P) في نقطة K يتمّ تحديد إحداثياتها.

IV – (ثلاث علامات)

صندوق V يحتوي على بطاقات موزَّعة كما يلي:

20% من البطاقات هي زرقاء وباقي البطاقات حمراء.

40% من البطاقات الزرقاء تحمل أعداداً فردية.

32% من كلّ البطاقات تحمل أعداداً فردية.

١) تم سحب بطاقة واحدة عشوائياً من الصندوق V. لتكن الأحداث التالية:

B: البطاقة المسحوبة زرقاء.

R: البطاقة المسحوبة حمراء

O: البطاقة المسحوبة تحمل عدداً فردياً.

أ- احسب الإحتمال $P(O\cap B)$ وتحقّق أن $P(O\cap R)=0.24$

ب- استنتج $P(O/R)$

ج- علماً أن البطاقة المسحوبة لا تحمل رقماً فردياً، ما احتمال أن تكون حمراء؟

٢) لنفترض أن عدد البطاقات في الصندوقV هو 50. تـمّ سحب ثلاث بطاقات عشوائياً ودفعة واحدة من الصندوق V .

نعرِّف الأحداث التالية:

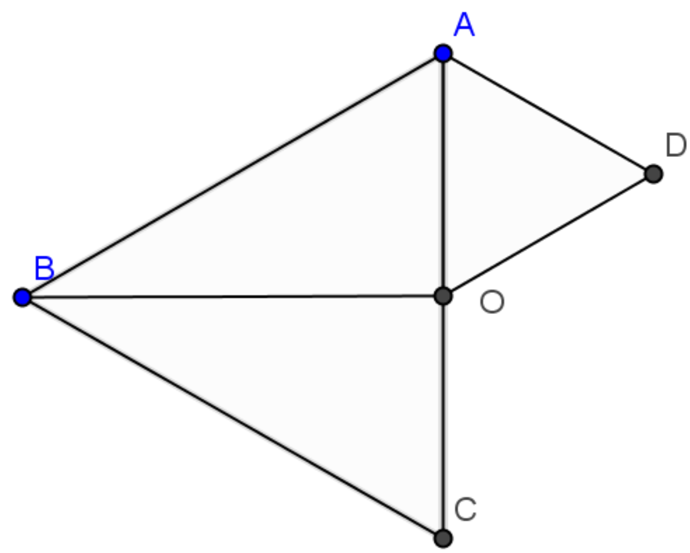
M : بين البطاقات الثلاث المسحوبة، اثنتان بالضبط تحملان أعداداً فردية.

N: البطاقات الثلاث المسحوبة هي زرقاء.

L: بين البطاقات الثلاث المسحوبة، بالضبط اثنتان تحملان أعداداً فردية وواحدة زرقاء.

احسب الاحتمالات: $P(M)$ وَ $P(N/M)$ وَ $P(L)$ **.**

V -(ثلاث علامات)



في الرسم أعلاه مثلثان ABC و AOD كلٌّ منهما متساوي الأضلاع.

النقطة O هي منتصف $[AC]$.

S هو التشابه الذي يحوِّل B إلى O و C إلى D .

١) أ- احسب k نسبة التشابه S وكذلك زاويته α .

ب- بيِّن أن A هي مركز التشابه S.

٢) ليكن R هو التحويل المعرّف كما يلي: $R\left(B\right)=C$ و $R\left(C\right)=A$

أ- برهن أن R هو دوران يتمّ تحديد زاوية له.

ب- حدِّد المركز G لهذا الدوران R .

٣) لتكن $h=S\circ R$

أ- حدّد $h(B)$ و كذلك $h(C)$.

ب- حدّد نوع هذا التحويل h وكذلك مركزه ونسبته.

٤) نعرِّف الآن المستوي الإحداثي العائد للنظام $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$ حيث أن $\overrightarrow{OA}=2\vec{v}$.

أ- جدّ الشكل المركَّب للتشابه S في هذا المستوي.

ب- ليكن (E) هو القطع الناقص ذو المعادلة $\frac{y^2}{4}+\frac{x^2}{12}=1$ ، و (E') هي صورة (E) في التشابه S.

اكتب معادلة المحور الذي يحتوي بؤرتي (E').

VI- (سبع علامات)

لتكن f هي الدالَّة المعرَّفة على ℝ كما يلي: $f(x)=\frac{2e^x}{e^x+1}-x$ وليكن (C) بيان هذه الدالَّة في المستوي الإحداثي $(O;\vec{i},\vec{j})$.

١) أ- حدِّد $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ وبرهن أن المستقيم (d) ذو المعادلة $y=-x$ هو مقارب للبيان (C).

ب- حدَّد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ وبرهن أن المستقيم (d') ذو المعادلة $y=-x+2$ هو مقارب للبيان (C).

ج- برهن أن الدالّة (C) تقع بين المستقيمين (d) وَ (d').

٢) برهن أن النقطة W(0;1) هي مركز تناظر البيان (C).

٣) أ- لكلّ عدد حقيقي x، برهن أن $-1<f'(x)<0$.، ثمَّ أنشىء جدول التغيّر للدالّة f.

ب- برهن أن المعادلة $f(x)=0$ لها حلّ وحيد α حيث أن $1.6<\alpha<1.7$.

ج- إذا كان $x\in[0;\alpha[$، برهن أن $0\le f(x)\le\alpha-x$.

٤) ارسم (d) وَ (d') وَ (C).

٥) أ- برهن أن الدَّالة f لديها دالّة عكسية g يتمّ تحديد مجالها.

ب- جدّ مقاربا البيان (C') للدالّة g.

ج- اكتب معادلة المستقيم (T) ، مماس الدالّة (C') في مركز تناظرها.

د- ارسم (C') وَ (T) في نفس المستوي مع (C).

٦) يلتقي البيانان(C) وَ (C') في النقطة $(\beta;\beta)$. برهن أن مساحة المنطقة المحدَّدة بالبيانين (C) وَ (C') ومحوري الإحداثيات تساوي $\left[-4\ln(2-2\beta)-2\beta^2\right]$وحدة مساحة.

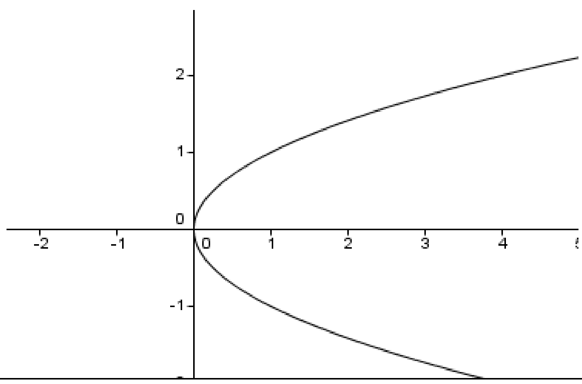
وزارة التربية والتعليم العالي
المديرية العامة للتربية
دائرة الامتحانات الرسميّة

امتحانات الشهادة الثانوية العامة
فرع: العلوم العامة

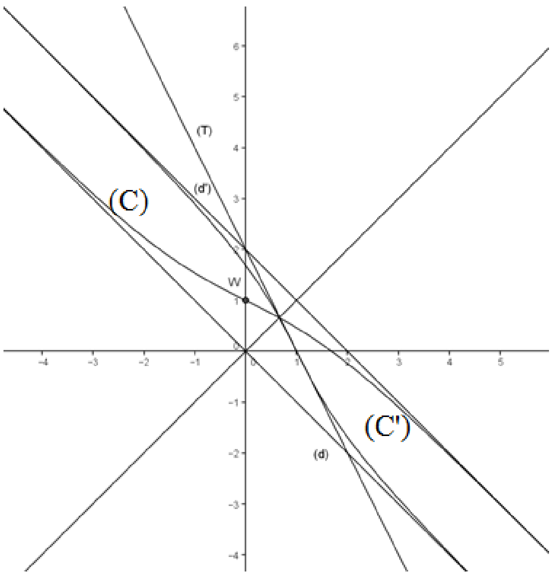
دورة العام ٢٠١٦ الإستثنائية

مشروع معيار التصحيح

مسابقة في مادة الرياضيات
المدة: أربع ساعات

Q-I	Solutions		N
1	$f'(x)=e^{x^2}$; $f'(2)=e^4$.	a	1
2	$C_n^0+C_n^1+C_n^2+C_n^3+C_n^4+...+C_n^n=(1+1)^n \Rightarrow C_n^2+C_n^3+C_n^4+...+C_n^n=2^n-1-n.$	c	1
3	$\lvert z'\rvert=\left\lvert\frac{z+3i}{\overline{z}-3i}\right\rvert=\left\lvert\frac{z+3i}{\overline{z+3i}}\right\rvert=1$.	a	1
4	$f'(x)=\frac{e^x-1}{e^x-x}$, $g'(x)=\frac{2}{1+4x^2}$, $g(0)=0$, $g'(0)=2; f'(g(0))\times g'(0)=0.$	a	1
Q-II	**Solutions**		**N**
1	(AB) : $x=-2t$; $y=3t-3$; $z=-4t+5$		0,5
2	Let $C(3;1;6)$ be a point of (D) ; $\overrightarrow{AC}(3;4;1)$; $\overrightarrow{v_{(D)}}(1;4;2)$; $\overrightarrow{AB}(-2;3;-4)$ $\overrightarrow{AC}.(\overrightarrow{V_{(D)}}\wedge\overrightarrow{AB})=-60$ so (AB) and (D) are skew st.lines.		1
3	Let $M(x;y;z)$ be a point of (Q); $\overrightarrow{AM}.\left(\overrightarrow{V_D}\wedge\overrightarrow{AB}\right)=0$ then $(Q): -2x+z-5=0$		1
4a	(D') : $x=-2m$; $y=-3$; $z=m+5$		0,5
4 b	$4k+1=-3; k=-1; E(2;-3;4)$.		1
5	$F(x;0;2x+5); V=\frac{1}{6}\lvert(\overrightarrow{AF};\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AE})=\frac{1}{6}\lvert-15x-30\rvert=5; x=-4$ or $x=0$ (rejected) then $F(-4;0;-3)$ is accepted .		1
Q-III	**Solutions**		**N**
1	$(4-m)^2+4=\frac{289}{16}; m=\frac{1}{4}$ or $m=\frac{-31}{4}$ so $m=\frac{1}{4}$ is accepted		0.5
2	$H\left(-\frac{1}{4};2\right)$ is the orthogonal projection of A on the directrice(Δ). $AF=AH=\frac{17}{4}$		0.5
3a	Vertex S (0 ; 0) and $p=2\times\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$. equation of (P) is : $(y-y_S)^2=2\frac{1}{2}(x-x_S)$; $y^2=x$.		0.5
3b			0.75

4a	E is the midpoint of [FH] , AFH is an isoscles triangle and (AE) is the bisector of AFH so it is tangent to (P) at A. verify that : $(AE): y=\frac{1}{4}x+1$	**0.75**
4b	$\int_0^4 (y_{(AE)}-y_{(P)})dx=\frac{8}{3}\ u^2$	**1**
5	$(d): y=-4x+\frac{1}{16}; y_{(P)}{}^2=y_{(d)}{}^2; x=\frac{1}{64}; K\left(\frac{1}{64};-\frac{1}{8}\right)$	**1**
Q-IV	**Solutions**	**N**
1a	$p(O\cap B)=P\left(O/B\right)\times p(B)=0,4\times 0,2=0,08$ $p(O\cap R)=p(O)-p(O\cap B)=0,32-0,8=0,24.$	**1**
1b	$p\left(O/R\right)=\frac{p(O\cap R)}{p(R)}=\frac{0,24}{0,8}=0,3$	**1**
1c	$p\left(R/\overline{O}\right)=\frac{p(R\cap\overline{O})}{p(\overline{O})}=\frac{0,7\times 0,8}{0,68}=\frac{14}{17}$	**1**
2	$p(M)=\frac{C_{16}^2\times C_{34}^1}{C_{50}^3}=\frac{51}{245}$; $p(N/M)=\frac{p(N\cap M)}{p(M)}=\frac{\frac{C_4^2\times C_6^1}{C_{50}^3}}{\frac{51}{245}}=\frac{3}{340}$ $p(L)=\frac{C_4^1\times C_{12}^1\times C_{28}^1+C_6^1\times C_{12}^2}{C_{50}^3}=\frac{87}{980}$	**3**
Q-V	**Solutions**	**N**
1a	$k=\frac{OD}{BC}=\frac{1}{2}.\quad \alpha=\left(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{OD}\right)=\frac{\pi}{3}(\bmod 2\pi).$	**0,5**
1b	$\frac{OA}{BA}=\frac{1}{2}=K$ and $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AO}\right)=\frac{\pi}{3}.$	**0,5**
2a	$BC=CA$ and $\left(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{CA}\right)=2\frac{\pi}{3}(\bmod 2\pi)$ then R is a rotation of angle $\frac{2\pi}{3}$.	**1**
2b	G is the intersection point of the medians of segments [BC] and [CA]..	**0,5**
3a	$h(B)=S\circ R(B)=S(C)=D$, $h(C)=S\circ R(C)=S(A)=A$.	**0,5**
3b	$h=S\circ R=S'(W;\frac{1}{2};\pi)=h\left(W;-\frac{1}{2}\right)$, the center W of h is the intersection point of the two st.lines (BD) and (AC).	**1**
4a	$S:\ z'-z_A=a(z-z_A)$, $a=\frac{1}{2}e^{i\frac{\pi}{3}}=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}i\sqrt{3}$, $z'=\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}i\sqrt{3}\right)z+\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{3}{2}i$.	**1**
4b	(BO’) where O’ is the midpoint of the segment [OD]	**1**
Q-VI	**Solutions**	**N**
1a	$\lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ and $\lim_{x\to-\infty}\left(f(x)+x\right)=\lim_{x\to-\infty}\frac{2e^x}{e^x+1}=0$, then(d) : $y=-x$ is an asymptote	**1**
1b	$\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ and $\lim_{x\to+\infty}\left(f(x)+x-2\right)=\lim_{x\to+\infty}\frac{-2}{e^x+1}=0$,then (d’) : $y=-x+2$ is the asymptote	**1**

1c	$\left(f(x)+x\right)=\dfrac{2e^{x}}{e^{x}+1}>0$ then (C) is above (d). $\left(f(x)+x-2\right)=\dfrac{-2}{e^{x}+1}<0$ then (C) is below (d'). So (C) is included between the two st.lines (d) et (d').	**1**
2	$f(x)+f(-x)=\dfrac{2e^{x}}{e^{x}+1}-x+\dfrac{2e^{-x}}{e^{-x}+1}+x=2$	**1**
3a	$f'(x)=\dfrac{-e^{-2x}-1}{(e^{x}+1)^{2}}<0$ et $f'(x)+1=\dfrac{2e^{x}}{(e^{x}+1)^{2}}>0.$ x: $-\infty$ … $+\infty$ f'(x): — f(x): $+\infty$ ↘ $-\infty$	**1.5**
3b	f is continuoise and strictly decresing from $+\infty$ to $-\infty$ then f(x)=0 admits a unique solution α and $f(1,6)\times f(1,7)=0.064\times(-0.0089)<0$ then $1,6<\alpha<1,7$.	**1**
3c	$-1<f'(x)<0<1\Rightarrow\lvert f'(x)\rvert<1$ and f is continuios over $[-1,+1]$ and differentiable over $]-1,+1[$ then $\left\lvert\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}\right\rvert<1$; $f(\alpha)=0$ and $f(x)\geq 0$ for $x\leq\alpha$; then $0\leq f\left(x\right)\leq\alpha-x$	**1**
4		**1**
5a	f is continuoise and strictly decreasing over □ then it admits an inverse function g defined over □	**1**
5b	(d) and (d') since the two st.lines are perpendicular to y = x	**1**
5c	$g'(2)=\dfrac{1}{f'(0)}$=-2; $(T): y=-2x+2$	**1**
5d	figure	**1**
6	since y=x is an axis of symmetry, it divides the the region bounded by (C), (C') and the coordinates axes into two rgions of equal areas, then A=double the area of the region limited by y'y , (C) and y=x. $A=2\int_{0}^{\beta}[f(x)-x]dx=2\left[\ln(1+e^{x})-x^{2}\right]_{0}^{\beta}=2\left[2\ln(1+e^{\beta})-\beta^{2}-2\ln 2\right]$ or $f(\beta)=\beta$; $\dfrac{2e^{\beta}}{1+e^{\beta}}=2\beta$; $e^{\beta}=\dfrac{\beta}{1-\beta}$; $A=-4\ln(1-\beta)-2\beta^{2}-2\ln 2=\left[-4\ln\left(2-2\beta\right)-2\beta^{2}\right]$s.u.	**1.5**