

الاسم:  
الرقم:

مسابقة في مادة الرياضيات  
المدة: ساعتان

عدد المسائل: خمسة

ارشادات عامة :- يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.  
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة .

### I - (2 points)

On considère les trois nombres A, B et C:

$$A = \frac{1}{3} + \frac{7}{6} \div \frac{5}{3} ; B = \frac{5 \times 10^{-2} \times 7 \times 10^5}{2 \times 10^7} \text{ et } C = \sqrt{45} - 4\sqrt{5} + 3\sqrt{125}.$$

*On demande de détailler les calculs suivants:*

- 1) Calculer A et donner le résultat sous forme de fraction irréductible.
- 2) Calculer B et donner le résultat en notation scientifique.
- 3) Ecrire C sous la forme  $a\sqrt{5}$  où a est un entier naturel.

### II - (3 points)

*Les questions 1) et 2) sont indépendantes.*

- 1) Résoudre l'inéquation suivante et représenter la solution sur un axe d'origine O:

$$4x - \frac{3}{2} \leq \frac{5}{2}x + 3$$

- 2) Une boîte contient 400 boules, réparties de la manière suivante :

- 30% des boules sont rouges
  - 108 boules sont vertes
  - Les restes sont blanches.
- a. Trouver le pourcentage des boules vertes.
  - b. Calculer le nombre des boules blanches.

### III - (3 points)

On donne  $E(x) = 5(x - 1)(x + 2) - (x + 2)^2 + 3(x + 5)$ .

- 1) Montrer que  $E(x) = 4x^2 + 4x + 1$ .
- 2) Résoudre l'équation  $E(x) = 1$ .
- 3) On considère  $H(x) = 9x^2 - (2x + 1)^2$ 
  - a. Montrer que  $H(x) = (5x + 1)(x - 1)$ .
  - b. Résoudre l'équation  $H(x) = 0$ .

#### IV- (6 points)

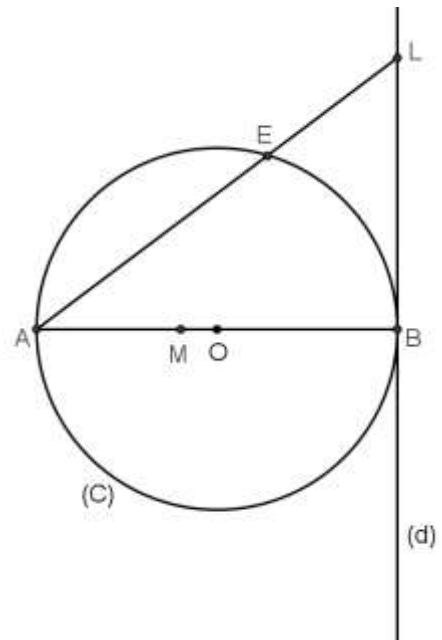
Dans un repère orthonormé d'axes  $(x'Ox, y'Oy)$ , on donne la droite  $(d)$  d'équation  $y = -2x + 3$  et les points  $A(0; -2)$ ,  $E(6; 1)$  et  $G(0; 3)$ .

- 1) Placer les points A, E et G.
- 2) Vérifier que G est un point de  $(d)$  puis tracer  $(d)$ .
- 3) a. Montrer que  $y = \frac{1}{2}x - 2$  est l'équation de  $(AE)$ .  
b. Montrer que les droites  $(d)$  et  $(AE)$  sont perpendiculaires.  
c. Vérifier, par le calcul, que  $B(2; -1)$  est le point d'intersection de  $(d)$  et  $(AE)$ .  
d. Montrer que le triangle  $GBE$  est un triangle rectangle isocèle.
- 4) On désigne par M le translaté de E par la translation de vecteur  $\overline{BG}$ .  
a. Montrer que le quadrilatère BEMG est un carré.  
b. Calculer BM.

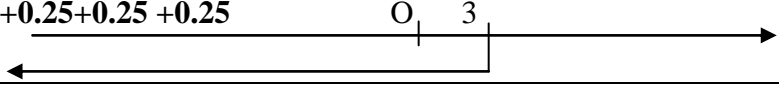
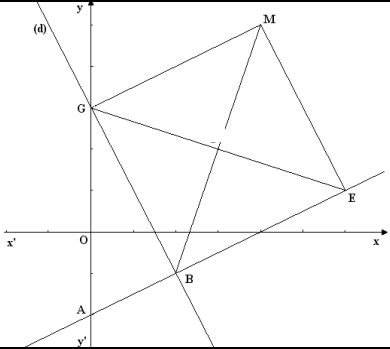
#### V- (6 points)

Dans la figure ci-contre:

- $(C)$  est un cercle de centre O et de rayon 5 cm
- $[AB]$  est un diamètre de ce cercle
- $(d)$  est la tangente en B à  $(C)$
- L est un point de  $(d)$  tel que  $BL = 7,5$  cm
- M est un point de  $[AB]$  tel que  $AM = 4$  cm.

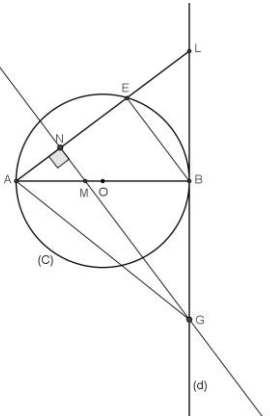


- 1) Reproduire la figure.
- 2) Calculer la longueur AL.
- 3) Calculer  $\cos BAL$ .
- 4) La droite  $(AL)$  coupe le cercle  $(C)$  en E.  
a. Montrer que les deux triangles  $ABL$  et  $BEL$  sont semblables.  
Ecrire le rapport de similitude.  
b. En déduire que  $EL = 4,5$  cm.
- 5) La perpendiculaire menée de M à  $(AL)$  coupe  $[AL]$  en N et  $(d)$  en G.  
a. En utilisant  $\cos BAL$  dans le triangle  $MAN$ , vérifier que  $AN = 3,2$  cm.  
b. Montrer que:  $\frac{EB}{NG} = \frac{15}{31}$ .

Question I								
Corrigé		Note						
1	$A = \frac{1}{3} + \frac{7}{6} \div \frac{5}{3} = \frac{1}{3} + \frac{7}{6} \times \frac{3}{5} = \frac{1}{3} + \frac{7}{10} = \frac{31}{30}$ . <b>0.25 + 0.25</b>	<b>0.50</b>						
2	$B = \frac{5 \times 10^{-2} \times 7 \times 10^5}{2 \times 10^7} = \frac{35 \times 10^3}{2 \times 10^7} = \frac{35 \times 10^{-4}}{2} = 17,5 \times 10^{-4} = 1,75 \times 10^{-3}$ <b>0.25 + 0.25 + 0.25</b>	<b>0.75</b>						
3	$C = \sqrt{45} - 4\sqrt{5} + 3\sqrt{125} = 3\sqrt{5} - 4\sqrt{5} + 15\sqrt{5} = 14\sqrt{5}$ . <b>0.5 + 0.25</b>	<b>0.75</b>						
Question II								
1	$4x - \frac{3}{2} \leq \frac{5}{2}x + 3$ ; $\frac{8x}{2} - \frac{3}{2} \leq \frac{5x}{2} + \frac{6}{2}$ ; $8x - 3 \leq 5x + 6$ ; $8x - 5x \leq 3 + 6$ ; $3x \leq 9$ ; $x \leq 3$ . <b>0.25 + 0.25 + 0.25</b>	<b>1</b>						
		<b>0.5</b>						
2.a	Le pourcentage des boules vertes est : $\frac{108}{400} \times 100 = 27\%$	<b>0.5</b>						
2.b	Le pourcentage des boules blanches est : $100 - (27 + 30) = 100 - 57 = 43\%$ Le nombre des boules blanches est : $\frac{43 \times 400}{100} = 172$	<b>0.5</b>						
Question III								
1	$E(x) = 5(x^2 + x - 2) - (x^2 + 4x + 4) + 3x + 15 = 4x^2 + 4x + 1$ . <b>- 0.25 (ERREUR)</b>	<b>1</b>						
2	$E(x) = 1$ donc $4x^2 + 4x = 0$ . D'où $4x(x + 1) = 0$ ; $x = 0$ ou $x = -1$ . <b>0.25 + 0.25</b>	<b>0.5</b>						
3.a	$H(x) = 9x^2 - (2x + 1)^2 = (3x + 2x + 1)(3x - 2x - 1) = (x - 1)(5x + 1)$ . <b>0.5 + 0.5</b>	<b>1</b>						
3.b	$H(x) = 0$ ; $(x - 1)(5x + 1) = 0$ . D'où $x = 1$ ou $x = -\frac{1}{5}$	<b>0.5</b>						
Question IV								
1		<b>0.5</b>						
2	$y_G = -2x_G + 3$ ; $3 = -2(0) + 3$ ; $3 = 3$ donc G est un point de (d). Deux points suffisent pour tracer une droite	<b>0.5</b>						
	<table border="1" data-bbox="255 1691 414 1758"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>3</td> <td>1</td> </tr> </table>	x	0	1	y	3	1	<b>0.25</b>
x	0	1						
y	3	1						
3.a	$y_E = \frac{1}{2}x_E - 2$ ; $1 = \frac{1}{2}(6) - 2$ ; $1 = 1$ donc E est un point de (AE).	<b>0.5</b>						
	$y_A = \frac{1}{2}x_A - 2$ ; $-2 = \frac{1}{2}(0) - 2$ ; $-2 = -2$ donc A est un point de (AE).	<b>0.5</b>						
3.b	$a_{(d)} \times a_{(AE)} = -2 \times \frac{1}{2} = -1$ Donc (d) $\perp$ (AE).	<b>0.5</b>						
3.c	$y_B = \frac{1}{2}x_B - 2$ ; $-1 = \frac{1}{2}(2) - 2$ ; $-1 = -1$ donc B est un point de (AE).	<b>0.5</b>						
	$y_B = -2x_B + 3$ ; $-1 = -2(2) + 3$ ; $-1 = -1$ donc B est un point de (d).	<b>0.5</b>						

3.d	$GBE = 90^\circ$ (car $(d) \perp (AE)$ ) $BG = 2\sqrt{5}$ ; $BE = 2\sqrt{5}$ . Donc GBE est un triangle rectangle isocèle en B.	<b>0.25</b> <b>0.5</b> <b>0.25</b>
4.a	On a: $\overline{BG} = \overline{EM}$ donc BEMG est un parallélogramme De plus : $GBE = 90^\circ$ donc c'est un rectangle Et: $BG = BE$ donc c'est un losange. Par suite: BEMG est un carré.	<b>0.25</b> <b>0.25</b> <b>0.25</b>
4.b	$BM = GE = \sqrt{(6-0)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{36+4} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$ u.l. (diagonales d'un carré)	<b>0.5</b>

**Question V**

1		<b>0.5</b>
2	D'après pythagore: $AL^2 = AB^2 + BL^2 = 100 + 7,5^2 = \frac{625}{4}$ donc: $AL = 12,5$ cm	<b>0.5</b> <b>0.25</b>
3	$\cos BAL = \frac{AB}{AL} = \frac{10}{12,5} = \frac{4}{5}$	<b>0.5 + 0.25</b> <b>0.75</b>
4.a	Les deux triangles ABL et LBE ont: <ul style="list-style-type: none"> <li>L (angle commun)</li> <li><math>ABL = LEB = 90^\circ</math> (ABE est un triangle inscrit dans un demi-cercle)</li> </ul> Alors ils sont semblables. $S_{ABL}^{ABL}; \frac{AB}{BE} = \frac{BL}{EL} = \frac{AL}{BL} = \frac{12,5}{7,5} = \frac{5}{3}$	<b>0.5</b> <b>0.5</b> <b>0.5</b>
4.b	Considérons $\frac{BL}{EL} = \frac{5}{3}$ ; $\frac{7,5}{EL} = \frac{5}{3}$ ; $EL = 4,5$ cm	<b>0.5</b>
5.a	$\cos BAL = \frac{4}{5}$ $\cos BAL = \cos NAM = \frac{AN}{AM} = \frac{4}{5}$ $\frac{AN}{AM} = \frac{4}{5}$ ; $\frac{AN}{4} = \frac{4}{5}$ alors $AN = 3,2$ cm	<b>0.25</b> <b>0.25</b> <b>0.5</b>
5.b	$(EB) // (NG)$ d'après Thalès $\frac{LE}{LN} = \frac{EB}{NG}$ $\frac{4,5}{9,3} = \frac{EB}{NG}$ ( $LN = 12,5 - 3,2 = 9,3$ cm) $\frac{15}{31} = \frac{EB}{NG}$	<b>0.25</b>  <b>0.75</b>