

الاسم:
الرقم:

مسابقة في مادة الرياضيات
المدة: ساعتان

عدد المسائل: خمسة

ارشادات عامة :- يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة .

I - (2 points)

On considère les trois nombres A, B et C:

$$A = \frac{1}{3} + \frac{7}{6} \div \frac{5}{3} ; B = \frac{5 \times 10^{-2} \times 7 \times 10^5}{2 \times 10^7} \text{ et } C = \sqrt{45} - 4\sqrt{5} + 3\sqrt{125}.$$

On demande de détailler les calculs suivants:

- 1) Calculer A et donner le résultat sous forme de fraction irréductible.
- 2) Calculer B et donner le résultat en notation scientifique.
- 3) Ecrire C sous la forme $a\sqrt{5}$ où a est un entier naturel.

II - (3 points)

Les questions 1) et 2) sont indépendantes.

- 1) Résoudre l'inéquation suivante et représenter la solution sur un axe d'origine O:

$$4x - \frac{3}{2} \leq \frac{5}{2}x + 3$$

- 2) Une boîte contient 400 boules, réparties de la manière suivante :

- 30% des boules sont rouges
 - 108 boules sont vertes
 - Les restes sont blanches.
- a. Trouver le pourcentage des boules vertes.
 - b. Calculer le nombre des boules blanches.

III - (3 points)

On donne $E(x) = 5(x - 1)(x + 2) - (x + 2)^2 + 3(x + 5)$.

- 1) Montrer que $E(x) = 4x^2 + 4x + 1$.

- 2) Résoudre l'équation $E(x) = 1$.

- 3) On considère $H(x) = 9x^2 - (2x + 1)^2$

- a. Montrer que $H(x) = (5x + 1)(x - 1)$.
- b. Résoudre l'équation $H(x) = 0$.

IV- (6 points)

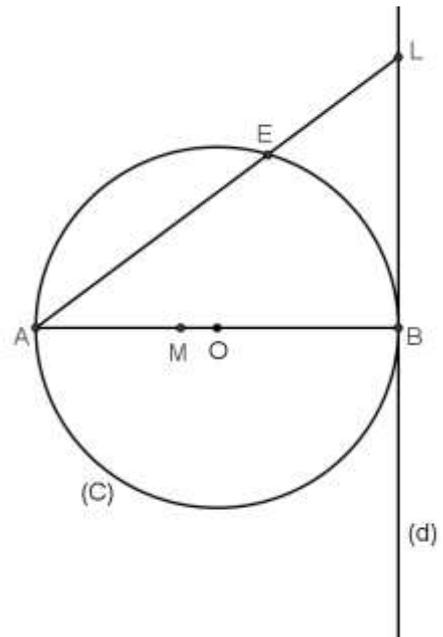
Dans un repère orthonormé d'axes $(x'Ox, y'Oy)$, on donne la droite (d) d'équation $y = -2x + 3$ et les points $A(0; -2)$, $E(6; 1)$ et $G(0; 3)$.

- 1) Placer les points A, E et G.
- 2) Vérifier que G est un point de (d) puis tracer (d) .
- 3) a. Montrer que $y = \frac{1}{2}x - 2$ est l'équation de (AE) .
b. Montrer que les droites (d) et (AE) sont perpendiculaires.
c. Vérifier, par le calcul, que $B(2; -1)$ est le point d'intersection de (d) et (AE) .
d. Montrer que le triangle GBE est un triangle rectangle isocèle.
- 4) On désigne par M le translaté de E par la translation de vecteur \overline{BG} .
a. Montrer que le quadrilatère $BEMG$ est un carré.
b. Calculer BM .

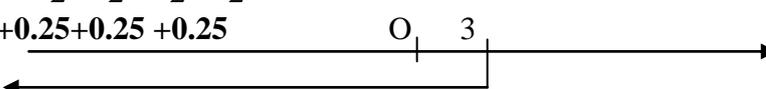
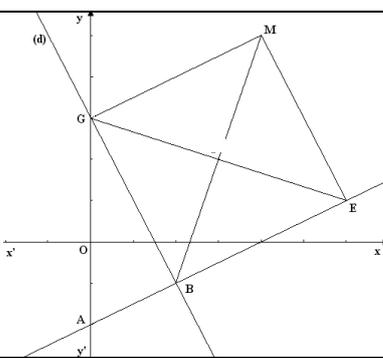
V- (6 points)

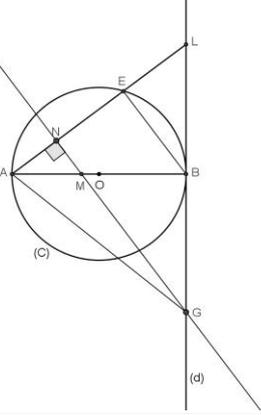
Dans la figure ci-contre:

- (C) est un cercle de centre O et de rayon 5 cm
- $[AB]$ est un diamètre de ce cercle
- (d) est la tangente en B à (C)
- L est un point de (d) tel que $BL = 7,5$ cm
- M est un point de $[AB]$ tel que $AM = 4$ cm.



- 1) Reproduire la figure.
- 2) Calculer la longueur AL .
- 3) Calculer $\cos BAL$.
- 4) La droite (AL) coupe le cercle (C) en E.
a. Montrer que les deux triangles ABL et BEL sont semblables.
Ecrire le rapport de similitude.
b. En déduire que $EL = 4,5$ cm.
- 5) La perpendiculaire menée de M à (AL) coupe $[AL]$ en N et (d) en G.
a. En utilisant $\cos BAL$ dans le triangle MAN , vérifier que $AN = 3,2$ cm.
b. Montrer que: $\frac{EB}{NG} = \frac{15}{31}$.

Question I									
Corrigé			Note						
1	$A = \frac{1}{3} + \frac{7}{6} \div \frac{5}{3} = \frac{1}{3} + \frac{7}{6} \times \frac{3}{5} = \frac{1}{3} + \frac{7}{10} = \frac{31}{30}$	0.25 + 0.25	0.50						
2	$B = \frac{5 \times 10^{-2} \times 7 \times 10^5}{2 \times 10^7} = \frac{35 \times 10^3}{2 \times 10^7} = \frac{35 \times 10^{-4}}{2} = 17,5 \times 10^{-4} = 1,75 \times 10^{-3}$	0.25 + 0.25 + 0.25	0.75						
3	$C = \sqrt{45} - 4\sqrt{5} + 3\sqrt{125} = 3\sqrt{5} - 4\sqrt{5} + 15\sqrt{5} = 14\sqrt{5}$	0.5 + 0.25	0.75						
Question II									
1	$4x - \frac{3}{2} \leq \frac{5}{2}x + 3; \frac{8x}{2} - \frac{3}{2} \leq \frac{5x}{2} + \frac{6}{2}; 8x - 3 \leq 5x + 6; 8x - 5x \leq 3 + 6; 3x \leq 9; x \leq 3$	0.25 + 0.25 + 0.25	1						
			0.5						
2.a	Le pourcentage des boules vertes est : $\frac{108}{400} \times 100 = 27\%$		0.5						
2.b	Le pourcentage des boules blanches est : $100 - (27 + 30) = 100 - 57 = 43\%$		0.5						
	Le nombre des boules blanches est : $\frac{43 \times 400}{100} = 172$		0.5						
Question III									
1	$E(x) = 5(x^2 + x - 2) - (x^2 + 4x + 4) + 3x + 15 = 4x^2 + 4x + 1$	- 0.25 (ERREUR)	1						
2	$E(x) = 1$ donc $4x^2 + 4x = 0$. D'où $4x(x + 1) = 0$; $x = 0$ ou $x = -1$.	0.25 + 0.25	0.5						
3.a	$H(x) = 9x^2 - (2x + 1)^2 = (3x + 2x + 1)(3x - 2x - 1) = (x - 1)(5x + 1)$	0.5 + 0.5	1						
3.b	$H(x) = 0$; $(x - 1)(5x + 1) = 0$. D'où $x = 1$ ou $x = -\frac{1}{5}$		0.5						
Question IV									
1			0.5						
2	$y_G = -2x_G + 3$; $3 = -2(0) + 3$; $3 = 3$ donc G est un point de (d). Deux points suffisent pour tracer une droite		0.5						
	<table border="1" data-bbox="255 1680 414 1758"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>3</td> <td>1</td> </tr> </table>	x	0	1	y	3	1		0.25
x	0	1							
y	3	1							
3.a	$y_E = \frac{1}{2}x_E - 2$; $1 = \frac{1}{2}(6) - 2$; $1 = 1$ donc E est un point de (AE).	$y_A = \frac{1}{2}x_A - 2$; $-2 = \frac{1}{2}(0) - 2$; $-2 = -2$ donc A est un point de (AE).	0.5 0.5						
3.b	$a_{(d)} \times a_{(AE)} = -2 \times \frac{1}{2} = -1$ Donc (d) \perp (AE).		0.5						
3.c	$y_B = \frac{1}{2}x_B - 2$; $-1 = \frac{1}{2}(2) - 2$; $-1 = -1$ donc B est un point de (AE).	$y_B = -2x_B + 3$; $-1 = -2(2) + 3$; $-1 = -1$ donc B est un point de (d).	0.5 0.5						

3.d	$GBE = 90^\circ$ (car $(d) \perp (AE)$) $BG = 2\sqrt{5}$; $BE = 2\sqrt{5}$. Donc GBE est un triangle rectangle isocèle en B.	0.25 0.5 0.25
4.a	On a: $\overline{BG} = \overline{EM}$ donc BEMG est un parallélogramme De plus : $GBE = 90^\circ$ donc c'est un rectangle Et: $BG = BE$ donc c'est un losange. Par suite: BEMG est un carré.	0.25 0.25 0.25
4.b	$BM = GE = \sqrt{(6-0)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{36+4} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$ u.l. (diagonales d'un carré)	0.5
Question V		
1		0.5
2	D'après pythagore: $AL^2 = AB^2 + BL^2 = 100 + 7,5^2 = \frac{625}{4}$ donc: $AL = 12,5$ cm	0.5 0.25
3	$\cos BAL = \frac{AB}{AL} = \frac{10}{12,5} = \frac{4}{5}$	0.5 + 0.25 0.75
4.a	Les deux triangles ABL et LBE ont: • L (angle commun) • $ABL = LEB = 90^\circ$ (ABE est un triangle inscrit dans un demi-cercle) Alors ils sont semblables. $S_{ABL}^{ABL}; \frac{AB}{BE} = \frac{BL}{EL} = \frac{AL}{BL} = \frac{12,5}{7,5} = \frac{5}{3}$	0.5 0.5 0.5
4.b	Considérons $\frac{BL}{EL} = \frac{5}{3}$; $\frac{7,5}{EL} = \frac{5}{3}$; $EL = 4,5$ cm	0.5
5.a	$\cos BAL = \frac{4}{5}$ $\cos BAL = \cos NAM = \frac{AN}{AM} = \frac{4}{5}$ $\frac{AN}{AM} = \frac{4}{5}$; $\frac{AN}{4} = \frac{4}{5}$ alors $AN = 3,2$ cm	0.25 0.25 0.5
5.b	$(EB) \parallel (NG)$ d'après Thalès $\frac{LE}{LN} = \frac{EB}{NG}$ $\frac{4,5}{9,3} = \frac{EB}{NG}$ ($LN = 12,5 - 3,2 = 9,3$ cm) $\frac{15}{31} = \frac{EB}{NG}$	0.25 0.75