

عدد المسائل : ثلاث
مسابقة في مادة الرياضيات
الاسم :
الرقم :
المدة : ساعة

ملاحظة : يُسمح باستخدام آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات أو رسم البيانات.
يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة).

I- (5 points)

1) Résoudre le système suivant :
$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 30x + 25y = 560 \end{cases}$$

2) Fadi a acheté une caisse de 20 bouteilles de jus.

Le prix de cette caisse est 56 000 LL. Elle se compose de bouteilles de jus d'ananas à 3000 LL l'une, et de bouteilles de jus d'orange à 2500 LL l'une.

- a- Combien de bouteilles de chaque sorte Fadi a-t-il acheté? Justifier la réponse.
b- Si le prix d'une bouteille de jus d'ananas subit une réduction de 20% et le prix d'une bouteille d'orange ne change pas, quel est alors le prix d'une caisse?

II- (5 points)

Le tableau suivant représente la répartition des 80 employés d'une entreprise selon le nombre d'années de service :

	Moins de 10 ans de service	Entre 10 et 20 ans de service	Plus de 20 ans de service
Femmes	10	8	12
Hommes	14	16	20

1) On interroge au hasard un employé de cette entreprise.

On considère les événements suivants :

M : « l'employé interrogé a moins de 10 ans de service ».

H : « l'employé interrogé est un homme ».

- a- Calculer les probabilités suivantes: $P(M)$, $P(H)$, $P(H \cap M)$ et $P(H/\bar{M})$.
b- L'employé interrogé est un homme, quelle est la probabilité qu'il ait moins de 10 ans de service ?

2) On interroge au hasard deux employés, l'un après l'autre.

On considère l'événement :

A : « les deux employés interrogés ont plus de 20 ans de service ».

Montrer que $P(A) = \frac{62}{395}$.

III- (10 points)

Le tableau ci-dessous est le tableau de variations d'une fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{1\}$.

On note (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	0	$-\infty$	$+\infty$	4	$+\infty$

A - Pour chacune des propositions suivantes, répondre par « Vrai » ou « Faux », en justifiant la réponse.

- 1) si $x < 0$, alors $f(x) > 0$.
- 2) $f\left(\frac{1}{2}\right) < f\left(\frac{3}{4}\right)$.
- 3) $f'(-0,5) > f'(0,5)$.
- 4) L'axe des abscisses est tangent à la courbe (C) à l'origine O.

B- La fonction f est donnée par : $f(x) = x + 1 + \frac{1}{x-1}$.

- 1) Vérifier que $f'(x) = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$.
- 2) Ecrire une équation de la droite (T) tangente à (C) en son point A d'abscisse -2 .
- 3) Vérifier que la droite (d) d'équation $y = x + 1$ est une asymptote à (C).
- 4) Tracer (d) et (C).
- 5) Montrer que l'équation $f(x) = -2$ admet deux solutions distinctes.

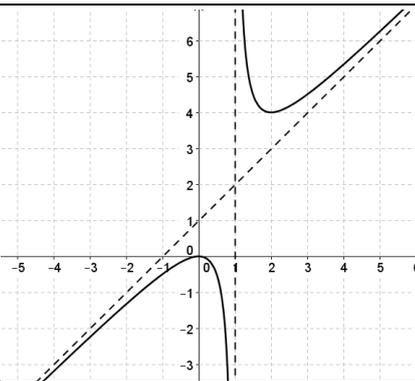
I- (5 points)

Q	Correction	Note
1	$x = 12 ; y = 8$	1,5
2-a	Soit x le nombre de bouteilles de jus d'ananas et y celui de bouteilles de jus d'orange : $\begin{cases} x + y = 20 \\ 3000x + 2500y = 56000 \end{cases}$ donc $x = 12 ; y = 8$ 12 bouteilles de jus d'ananas et 8 bouteilles de jus d'orange.	2
2-b	le prix d'une bouteille de jus d'ananas est: $3000 - 3000 \times \frac{20}{100} = 2400$ LL le prix d'une bouteille de jus d'orange est: 2500 LL le prix d'une caisse est : $12 \times 2400 + 8 \times 2500 = 48800$ LL	1,5

II- (5 points)

Q	Correction	Note
1-a	$P(M) = \frac{24}{80} = \frac{3}{10} ; P(H) = \frac{50}{80} = \frac{5}{8} ; P(H \cap M) = \frac{14}{80} = \frac{7}{40} ; P(H / \bar{M}) = \frac{36}{56} = \frac{9}{14}$	2
1-b	$P(M / H) = \frac{14}{50} = \frac{7}{25}$	1,5
2	$P(A) = \frac{32}{80} \times \frac{31}{79} = \frac{62}{395}$	1,5

III- (10 points)

Q	Correction	Note
A-1	Faux car si $x < 0$, alors $f(x) \in]-\infty; 0[$	1
A-2	Faux car sur $[0; 1[$ f est décroissante donc $f\left(\frac{1}{2}\right) > f\left(\frac{3}{4}\right)$	1
A-3	Vrai car pour $x < 0$ on a $f'(x) > 0$ et pour $x > 0$ on a $f'(x) < 0$	1
A-4	Vrai car $f(0) = 0$ et $f'(0) = 0$	1
B-1	$f'(x) = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$	1
B-2	$y = f'(-2)(x+2) + f(-2) = \frac{8}{9}x + \frac{4}{9}$	1
B-3	$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x+1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x-1} = 0$ de même si $x \rightarrow -\infty$	1
B-4		1,5
B-5	la droite d'équation $y = -2$ coupe (C) en deux points distincts ou par le calcul	1,5