المادة: الرياضيات الشهادة: الثانوية العامة – فرع الاجتماع والاقتصاد نموذج رقم -3- المدّة : ساعتان	الهيئة الأكاديميّة المشتركة قسم : الرياضيات	المركز التربوي للبحوث والإنماء

نموذج مسابقة (يراعي تعليق الدروس والتوصيف المعدّل للعام الدراسي 2016-2017 وحتى صدور المناهج المطوّرة)

ارشادات عامة : - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة.

I- (4 points)
Une automobile hybride est un véhicule disposant de deux types de motorisation : un moteur thermique et un moteur électrique, afin de limiter la consommation de carburant. Une concession se propose de faire une étude statistique de la répartition de ses ventes de véhicules hybrides ces dernières années.
Le directeur dispose du tableau suivant :

Année	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6
Nombre de modèles hybrides vendus y_i	18	32	65	84	105	123

1) Représenter dans un repère orthogonal le nuage de points associé à la série $(x_i\ ;\ y_i)$.
2) Déterminer une équation de la droite de régression $(D_{y/x})$. Tracer cette droite dans le système précédent.
3) Calculer le coefficient de corrélation et interpréter sa valeur.
4) Calculer le pourcentage d'augmentation du nombre de modèles hybrides vendus de l'année 2012 jusqu'à l'année 2014.
5) On suppose que l'évolution des ventes se poursuit jusqu'en 2015. On désire utiliser l'ajustement précédent afin de prévoir les ventes en 2015. Déterminer une estimation du nombre de véhicules vendus en 2015.
6) L'objectif des ventes fixé pour la concession pour l'année 2015 est de 15% d'augmentation par rapport à l'année 2014.
   a) Calculer le nombre de véhicules qui devraient être vendus en 2015 pour atteindre cet objectif. Arrondir le résultat à l'unité.
   b) L'estimation du nombre de véhicules vendus en 2015 permet-elle de penser que l'objectif des ventes sera atteint ?

II- (4 points)
Une association décide d'ouvrir un centre de soin pour les oiseaux sauvages victimes de la pollution. Son but est de soigner ces oiseaux ensuite les relâcher une fois guéris.
Le centre ouvre ses portes le premier janvier 2013 avec 115 oiseaux.
Les spécialistes prévoient que 40% des oiseaux présents dans le centre le premier janvier d'une année restent présents le premier janvier suivant et que 120 oiseaux nouveaux seront accueillis dans le centre chaque année.
On s'intéresse au nombre d'oiseaux présents dans le centre le premier janvier des années suivants.
On désigne par (u_n) le nombre d'oiseaux présents dans le centre dans l'année $(2013 + n)$.
Alors $u_0 = 115$.

1) Calculer le nombre d'oiseaux présents dans le centre dans l'année 2014.
2) Montrer que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0{,}4u_n + 120$.
3) On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 200$.

Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison 0,4.

4) Exprimer v_n en fonction de n et déduire que $u_n = 200 - 85(0,4)^n$.
5) La capacité d'accueil du centre est de 200 oiseaux. Est-elle suffisante ? Justifier la réponse.
6) Chaque année, le centre touche une subvention de 20 dollars par oiseau présent le premier janvier. Calculer le montant total des subventions perçues par le centre entre le premier janvier 2013 et le 31 décembre 2018 si l'on suppose que l'évolution du nombre d'oiseaux se poursuit selon les mêmes modalités durant cette période.

III- (4 points)

Une usine produit des écrans plasma. Avant d'être proposé à la vente, chaque écran subit un test. Si le test est positif, c'est-à-dire si l'écran fonction bien, il sera proposé à la vente. Si le test est négatif, l'écran sera réparé avant de subir un autre test.
Si le second test est positif, l'écran sera proposé à la vente, sinon, il sera détruit.
On a constaté que :

∗ pour 70% des écrans, le premier test est positif ;

∗ pour 65% des écrans, réparés le second test est positif.

On note :

T_1 l'événement : ′ le premier test est positif ′

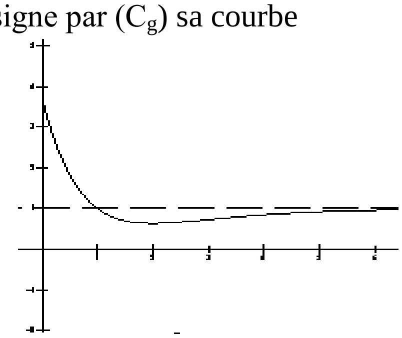
C l'événement : ′ l'écran est proposé à la vente ′.

1) On choisit au hasard un écran à la sortie de la chaîne de fabrication. Déterminer les probabilités des événements T_1 et C.
2) L'écran est proposé à la vente. Quelle est la probabilité que le premier test soit positif ?
3) Le coût de production d'un écran est de **1000$** avec un supplément de **50$** s'il a besoin de réparation. Chaque écran est vendu à **′ a $ ′** avec **a**, un réel positif. Soit X la variable aléatoire égale au gain algébrique (positif, négatif ou nul) réalisé par l'usine pour la vente d'un écran.
   a- Vérifier que les trois valeurs possibles de X sont : a - 1000 ; a - 1050 et -1050.
   b- Déterminer la loi de probabilité de X.
   c- Démontrer que l'espérance mathématique E(X) = 0,895a – 1015.
   d- A partir de quelle valeur de a, l'usine peut-elle espérer de réaliser des bénéfices ?

IV- (8 points)

Partie A

Soit g la fonction définie sur $[0;+\infty[$ par $g(x) = a + (b - x)e^{-x+1}$ et l'on désigne par (C_g) sa courbe représentative dans la figure ci-contre.
Le minimum de g est réalisé pour x = 2.



1) Déterminer graphiquement $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$. Déduire que a = 1.
2) Montrer que $g'(x) = (x - 1 - b)e^{-x+1}$. Déduire que b = 1.
3) Montrer que g(x) > 0 pour tout $x \in [0;+\infty[$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $[0;+\infty[$ par $f(x) = x + 1 + xe^{-x+1}$ et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1) Calculate $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
2) Soit (d) la droite d'équation y = x + 1.
   a) Montrer que (d) est une asymptote à (C).
   b) Etudier, suivant les valeurs de x, la position de (C) et celle de (d).

3) Vérifier que $f'(x) = g(x)$ et dresser le tableau de variations de f.
4) Déterminer une équation de la tangente (T) au point d'abscisse 1.
5) Tracer (C), (d) et (T).
6) La droite d'équation y = 2x coupe la courbe (C) au point x = α. Vérifier que 1,8 < α < 1,9.

Partie C

On suppose dans ce qui suit que α = 1,85.

Une entreprise produit des montres. La fonction du coût moyen C_M est donnée, en millions de L.L par

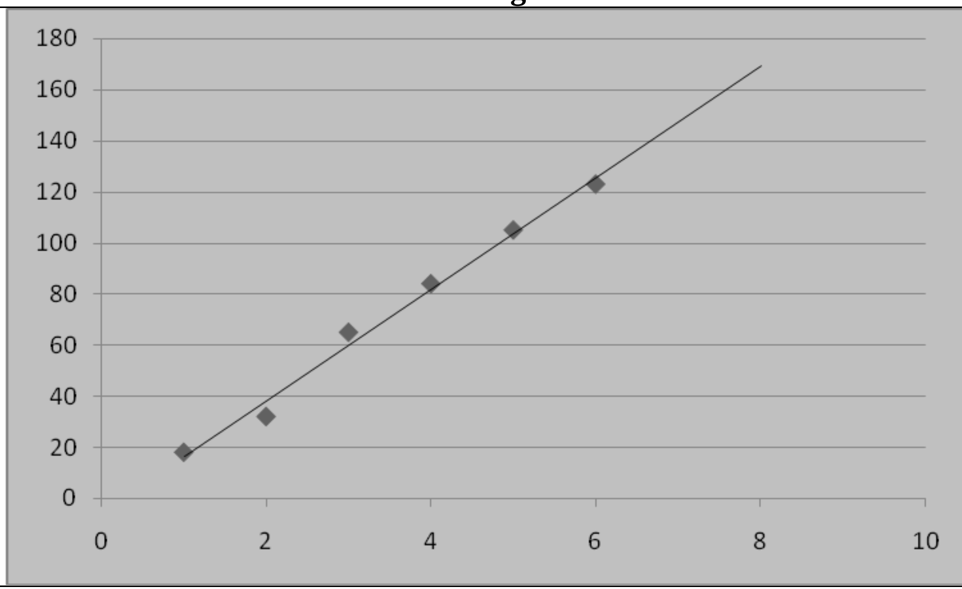
$$C_M(x) = 1 + \frac{1}{x} + e^{-x+1}.$$

x est le nombre des montres produites en centaines. $(0 < x \leq 10)$

1) Calculer $C_M(3)$. Donner une interprétation économique à la valeur ainsi obtenue.
2) Vérifier que, pour tout $0 \leq x \leq 10$, le coût total C_T est donné par $C_T(x) = x + 1 + xe^{-x+1}$. En déduire, à 1 L.L près, le coût fixe.
3) On sait que 20% des montres produites sont défectueuses. Chaque montre défectueuse est vendue pour 10 000 L.L et chaque montre non défectueuse est vendue pour 22 500 L.L et toutes les montres produites sont vendues.
   a) Montrer que la fonction de revenu est donnée par R(x) = 2x.
   b) Déterminer la quantité minimale des montres à vendre pour que l'entreprise réalise un gain.

المادة: الرياضيات الشهادة: الثانوية العامة ـ فرع الاجتماع والاقتصاد نموذج رقم -3- المدّة :	الهيئة الأكاديميّة المشتركة قسم : الرياضيات	المركز التربوي للبحوث والإنماء

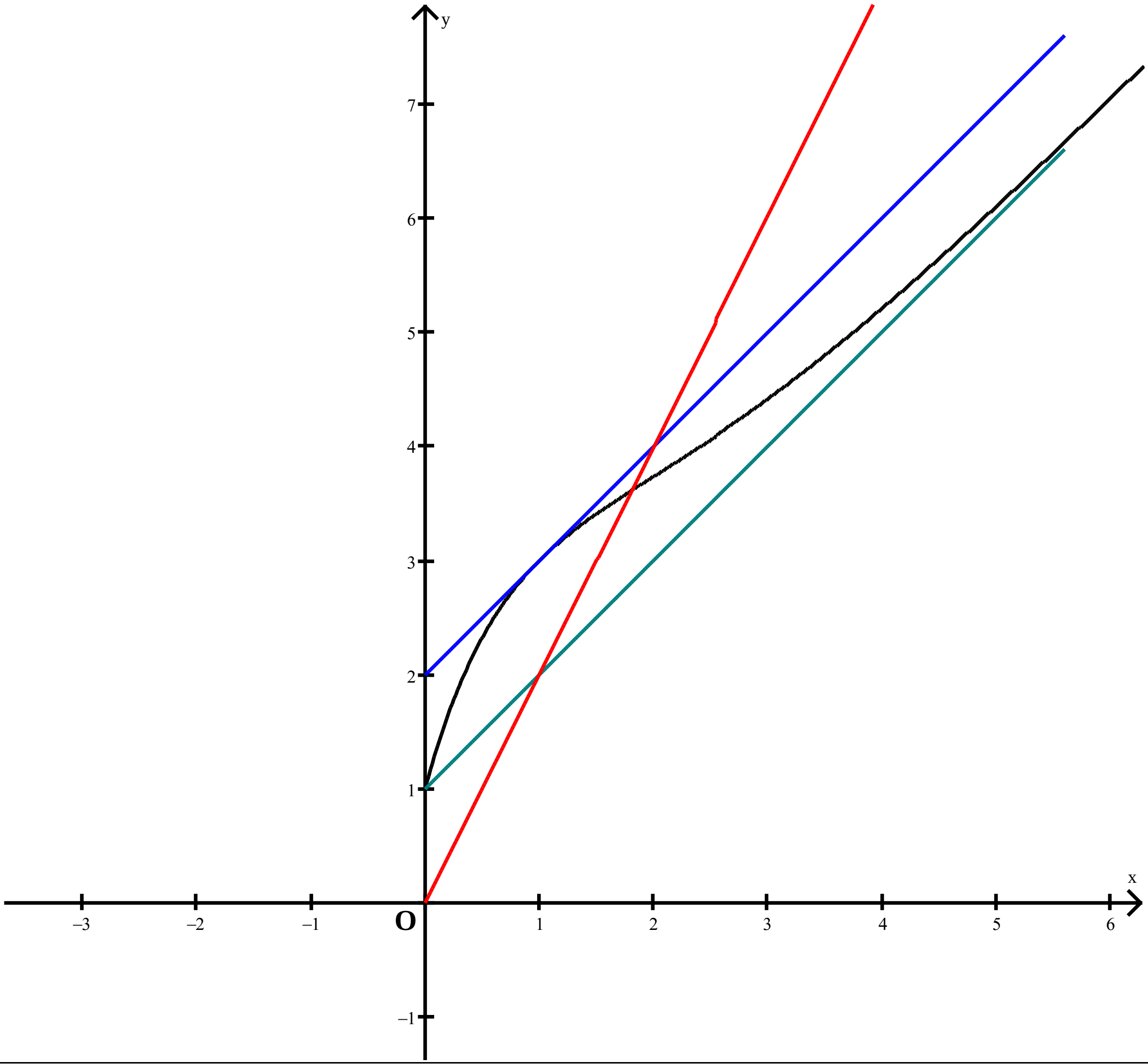
أسس التصحيح (تراعي تعليق الدروس والتوصيف المعدّل للعام الدراسي 2016-2017 وحتى صدور المناهج المطوّرة)

QI	Corrigé	Note
1		1/2
2	$(D_{y/x})$: y = 21,8x – 5,133. Voir la figure ci-dessus. La droite doit passer par le point moyen G(3,5 ; 71,166)	1/2 1/2
3	r = 0,995. Forte corrélation linéaire positive entre x et y car r est proche de 1.	1/4 3/4
4	$\text{Percentage} = \left(\dfrac{123-84}{84}\right)(100\%) = 46.328\%$	1,5
5	y = 21,8(7) – 5,133 = 147,467 ≈ 148 automobiles hybrides	1
6a	123(1 + 0,15) = 141,45 ≈ 142 automobiles hybrides	1,5
6b	Oui car 148 > 142	1/2

QII	Corrigé	Note
1	$u_1 = u_0(40\%) + 120 = 166$	3/4
2	$u_{n+1} = 0{,}4u_n + 120$	3/4
3	$v_{n+1} = 0{,}4v_n$	1
4	$v_n = -85(0{,}4)^n$; $u_n = 200 - 85(0{,}4)^n$.	1/2 1/2
5	$u_n \leq 200$; $-85(0{,}4)^n \leq 0$ toujours vrai pour tout entier naturel n. **Ou** étudier les variations de u_n et chercher sa limite lorsque n tend vers $+\infty$	1,5
6	$S = 20(u_0 + u_1 + ... + u_5) \approx 21180\$$ par approximation du nombre des oiseaux.	2

QIII	Corrigé	Note
1	$P(T_1) = 0,7$ $P(C) = 0,7 + 0,3 \times 0,65 = 0,895$	1/4 1,25
2	$P(T_1 / C) = \dfrac{P(T_1 \cap C)}{P(C)} = \dfrac{P(T_1)}{P(C)} = \dfrac{0,7}{0,895} = \dfrac{140}{179}$	1
3a	Vérification que les trois valeurs possibles de X sont : a - 1000 ; a - 1050 et - 1050	1
3b	$P(X = a - 1000) = 0,7$ $P(X = a - 1050) = 0,195$ $P(X = -1050) = 0,105$	1/2 1/2 1/2
3c	$EX = 0,7(a - 1000) + 0,195(a - 1050) + 0,105(-1050) = 0,895a - 1015$	1
3d	$EX > 0$; $0,895a - 1015 > 0$; à partir de 1134,07$	1

QIV	Corrigé	Note
A1	$\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = a$ Vérification que a = 1	1/2 1/2
A2	$g'(x) = (x - 1 - b)e^{-x+1}$ $g'(2) = (2 - 1 - b)e^{-2+1} = 0 ; b = 1$	1/2 1/2
A3	La courbe d g est strictement au-dessus de x´Ox alors g(x) > 0	1/2
B1	$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$	1/2
B2a	$\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - y) = 0$	1/2
B2b	$f(x) - y > 0 \text{ si } x > 0$ (0;1) point d'intersection de (C) et (d)	1
B3	$f'(x) = g(x) > 0$ alors f est strictement croissante $\begin{array}{c\|ccc} x & 0 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & \\ \hline f(x) & 1 & \nearrow & +\infty \end{array}$	1 1
B4	(T) : $y = x + 2$	1/2

B5		2
B6	f(1,8) = 3,608 > 3,6 f(1,9) = 3,67 < 3,8	1/2
C1	$C_M(3) = 1{,}468668$ Le coût moyen de production d'une montre parmi les 300 premières montres produites est $\frac{1{,}468668}{100} \times 1000000 = 14686{,}686 \text{ L.L}$	1/2 1
C2	$C_T(x) = xC_M(x) = x + 1 + xe^{-x+1}$ $C_T(0) = 1$ en million L.L; Donc 1 000 000 L.L	1/2 1/2
C3a	$R(x) = \frac{(10000)(0{,}2x)(100)}{1000000} + \frac{(22500)(0{,}8x)(100)}{1000000} = 2x$	1
C3b	P(x) > 0 ; R(x) > CT(x) ; 2x > f(x) donne x = α = 1,85. Ainsi 185 montres	1