

عدد المسائل: ثلاث	مسابقة في الرياضيات المدة: ساعة واحدة	الاسم: الرقم:
-------------------	--	------------------

I- (4 points)

Sami et son épouse travaillent dans une société commerciale. Ils ont des salaires mensuels différents dont la somme est de 2 200 000 LL.

Ils dépensent chaque mois les $\frac{2}{3}$ du salaire de Sami et les $\frac{3}{4}$ de celui de l'épouse.

Le montant de leurs économies mensuelles s'élève à 650 000 LL.

Calculer le salaire mensuel de chacune de ces deux personnes.

II- (6 points)

Un groupe est formé de 30 élèves d'une terminale LH et de 30 élèves d'une terminale SG. On a posé, à chaque élève de ce groupe, la question suivante:

Combien de temps passez-vous à étudier chaque semaine à la maison ?

On a groupé les réponses dans le tableau suivant :

Temps en heures	[0 ; 6[[6 ; 12[[12 ; 18[[18 ; 24]
Elèves de LH	4	8	12	6
Elèves de SG	1	3	14	12

1) Calculer le temps moyen consacré pour l'étude à la maison :

a- d'un élève de la terminale LH.

b- d'un élève de la terminale SG.

2) On choisit au hasard un élève de ce groupe.

Soit les événements suivants :

L : « l'élève choisi est de la terminale LH. »

S : « l'élève choisi est de la terminale SG. »

E: « l'élève choisi étudie au moins 12 heures par semaine à la maison. »

a- Vérifier que la probabilité de E est égale à $\frac{11}{15}$.

b- Calculer les probabilités suivantes :

$P(E/L)$, $P(E/S)$, $P(L/E)$, $P(E \cap L)$ et $P(S/\bar{E})$.

III-(10 points)

Soit f la fonction définie, sur $] -\infty ; -1 [\cup] -1 ; +\infty [$, par $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$.

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) Calculer $\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x < -1}} f(x)$ et $\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x > -1}} f(x)$. Déduire une asymptote (D) à (C).

2) a- Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

b- Montrer que la droite (d) d'équation $y = x + 1$ est une asymptote à (C).

3) Vérifier que $f'(x) = \frac{x(x+2)}{(x+1)^2}$.

4) Dresser le tableau de variations de f .

5) Tracer les droites (D), (d) et la courbe (C).

6) Discuter, suivant les valeurs du réel m , le nombre de solutions de l'équation

$$\frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1} = m.$$

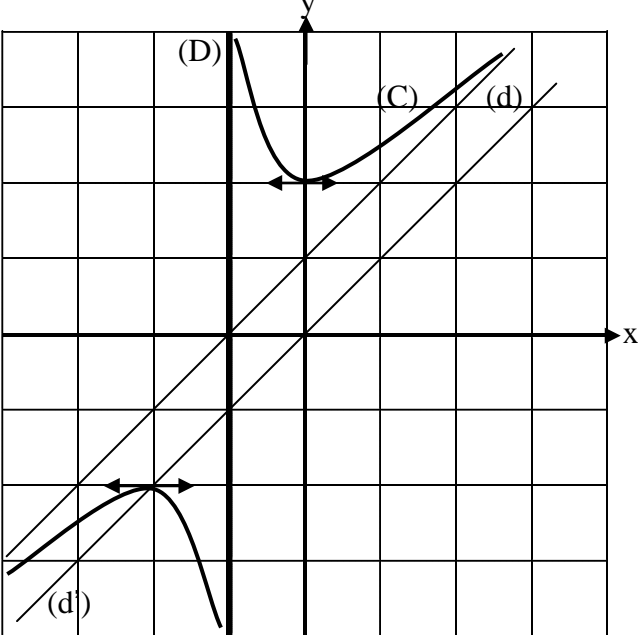
7) Soit (d') la droite d'équation $y = x$.

a- Déterminer les coordonnées du point d'intersection A de la droite (d') et de la courbe (C).

b- Tracer (d') dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ et résoudre graphiquement l'inéquation

$$\frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1} < x.$$

Lettres et humanités		MATH				1 ^{ère} session 2005																				
Q	Eléments de réponses					N																				
I	<p>Soit x le salaire de Sami et y celui de son épouse</p> $x + y = 2\,200\,000$ $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 650\,000 \quad \blacktriangleright \text{Ou : } \frac{2x}{3} + \frac{3y}{4} = 2\,200\,000 - 650\,000$ $\begin{cases} x + y = 2\,200\,000 \\ 4x + 3y = 7\,800\,000 \end{cases}$ $x = 1\,200\,000 \text{ et } y = 1\,000\,000$ <p>Le salaire de Sami est 1 200 000LL alors que celui de son épouse est 1 000 000 LL.</p>					4																				
II	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Temps en heures</th> <th>[0 ; 6[</th> <th>[6 ; 12[</th> <th>[12 ; 18[</th> <th>[18 ; 24]</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Elèves de L.H.</td> <td>4</td> <td>8</td> <td>12</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>Elèves de S.G.</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>14</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>Centre</td> <td>3</td> <td>9</td> <td>15</td> <td>21</td> </tr> </tbody> </table>					Temps en heures	[0 ; 6[[6 ; 12[[12 ; 18[[18 ; 24]	Elèves de L.H.	4	8	12	6	Elèves de S.G.	1	3	14	12	Centre	3	9	15	21	
	Temps en heures	[0 ; 6[[6 ; 12[[12 ; 18[[18 ; 24]																					
	Elèves de L.H.	4	8	12	6																					
	Elèves de S.G.	1	3	14	12																					
	Centre	3	9	15	21																					
1a	<p>Temps moyen consacré à l'étude d'un élève de L.H. est :</p> $\frac{4 \times 3 + 8 \times 9 + 12 \times 15 + 6 \times 21}{30} = 13 \text{ heures.}$					1																				
1b	<p>Temps moyen consacré à l'étude d'un élève de S.G. est :</p> $\frac{1 \times 3 + 3 \times 9 + 14 \times 15 + 12 \times 21}{30} = 16,4 \text{ heures.}$					1																				
2a	$P(E) = \frac{12 + 6 + 14 + 12}{60} = \frac{44}{60} = \frac{11}{15}$					1																				
2b	$P(E/L) = \frac{18}{30} = \frac{9}{15} ; P(E/S) = \frac{26}{30} = \frac{13}{15} ; P(L/E) = \frac{18}{44} = \frac{9}{22}$ $P(E \cap L) = P(E) \times P(L/E) = \frac{11}{15} \times \frac{9}{22} = \frac{3}{10}$ <p>\blacktriangleright Ou directement : $P(E \cap L) = \frac{18}{60} = \frac{3}{10}$</p> $P(S/\bar{E}) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$					3																				
III	1	$\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x < -1}} f(x) = -\infty ; \lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x > -1}} f(x) = +\infty$ <p>La droite (D) d'équation $x = -1$ est une asymptote à (C).</p>					1																			
	2-a	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x} = -\infty ; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x} = +\infty$					1/2																			
	2-b	$f(x) - (x + 1) = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1} - (x + 1) = \frac{x^2 + 2x + 2 - x^2 - 2x - 1}{x + 1} = \frac{1}{x + 1}$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x + 1)] = 0 \text{ et } \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x + 1)] = 0$ <p>La droite d'équation $y = x + 1$ est asymptote à (C).</p>					1/2																			
	3	$f'(x) = \frac{(2x + 2)(x + 1) - (x^2 + 2x + 2)}{(x + 1)^2} = \frac{x^2 + 2x}{(x + 1)^2} = \frac{x(x + 2)}{(x + 1)^2}$					1																			

4	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">-2</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f'(x)$</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">+</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f(x)$</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">-2</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	-	0	+	$f(x)$	$-\infty$	-2	$+\infty$	2	$+\infty$	$+\infty$	1 ½
x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$																	
$f'(x)$	+	0	-	-	0	+																
$f(x)$	$-\infty$	-2	$+\infty$	2	$+\infty$	$+\infty$																
5		2																				
6	<p>Les solutions de l'équation $\frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1} = m$ sont les abscisses des points de rencontre de (C) et de la droite parallèle à l'axe des abscisses d'équation $y = m$.</p> <p> $m < -2$ (2 solutions) $m = -2$ (1 solution) $-2 < m < 2$ (0 solution) $m = 2$ (1 solution) $m > 2$ (2 solutions) </p>	1 ½																				
7-a	$\frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1} = x$; $x^2 + 2x + 2 = x^2 + x$; $x = -2$; A(-2; -2)	1																				
7-b	$\frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1} < x$ signifie que (C) est au-dessous de (d'), par suite $-2 < x < -1$.	1																				