

**I- (4 points)**

Sami et son épouse travaillent dans une société commerciale. Ils ont des salaires mensuels différents dont la somme est de 2 200 000 LL.

Ils dépensent chaque mois les  $\frac{2}{3}$  du salaire de Sami et les  $\frac{3}{4}$  de celui de l'épouse.

Le montant de leurs économies mensuelles s'élève à 650 000 LL.

Calculer le salaire mensuel de chacune de ces deux personnes.

**II- (6 points)**

Un groupe est formé de 30 élèves d'une terminale LH et de 30 élèves d'une terminale SG. On a posé, à chaque élève de ce groupe, la question suivante:

Combien de temps passez-vous à étudier chaque semaine à la maison ?

On a groupé les réponses dans le tableau suivant :

Temps en heures	[0 ; 6[	[6 ; 12[	[12 ; 18[	[18 ; 24]
Elèves de LH	4	8	12	6
Elèves de SG	1	3	14	12

1) Calculer le temps moyen consacré pour l'étude à la maison :

a- d'un élève de la terminale LH.

b- d'un élève de la terminale SG.

2) On choisit au hasard un élève de ce groupe.

Soit les événements suivants :

L : « l'élève choisi est de la terminale LH. »

S : « l'élève choisi est de la terminale SG. »

E: « l'élève choisi étudie au moins 12 heures par semaine à la maison. »

a- Vérifier que la probabilité de E est égale à  $\frac{11}{15}$ .

b- Calculer les probabilités suivantes :

$P(E/L)$  ,  $P(E/S)$  ,  $P(L/E)$  ,  $P(E \cap L)$  et  $P(S/\bar{E})$ .

### III-(10 points)

Soit  $f$  la fonction définie, sur  $] -\infty ; -1 [ \cup ] -1 ; +\infty [$ , par  $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$ .

On désigne par (C) la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1) Calculer  $\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x < -1}} f(x)$  et  $\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x > -1}} f(x)$ . Déduire une asymptote (D) à (C).

2) a- Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

b- Montrer que la droite (d) d'équation  $y = x + 1$  est une asymptote à (C).

3) Vérifier que  $f'(x) = \frac{x(x+2)}{(x+1)^2}$ .

4) Dresser le tableau de variations de  $f$ .

5) Tracer les droites (D), (d) et la courbe (C).

6) Discuter, suivant les valeurs du réel  $m$ , le nombre de solutions de l'équation

$$\frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1} = m.$$

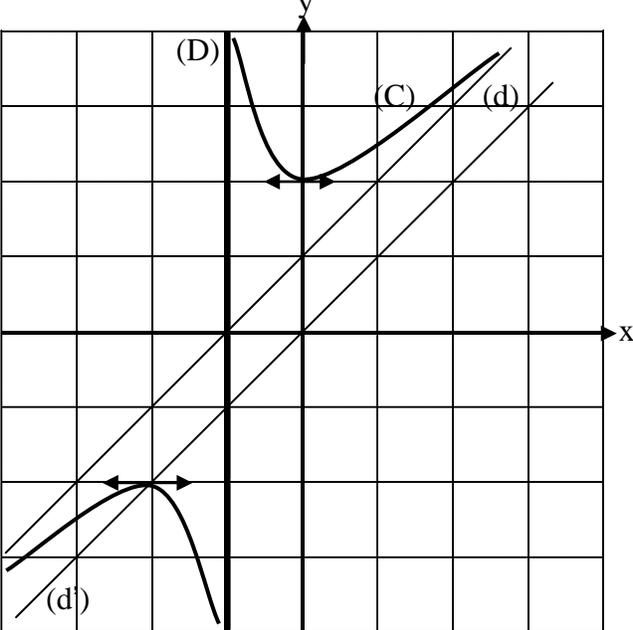
7) Soit (d') la droite d'équation  $y = x$ .

a- Déterminer les coordonnées du point d'intersection A de la droite (d') et de la courbe (C).

b- Tracer (d') dans le repère  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  et résoudre graphiquement l'inéquation

$$\frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1} < x.$$

Lettres et humanités		MATH				1 <sup>ère</sup> session 2005																				
Q	Eléments de réponses					N																				
I	<p>Soit <math>x</math> le salaire de Sami et <math>y</math> celui de son épouse</p> $x + y = 2\,200\,000$ $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 650\,000 \quad \blacktriangleright \text{Ou : } \frac{2x}{3} + \frac{3y}{4} = 2\,200\,000 - 650\,000$ $\begin{cases} x + y = 2\,200\,000 \\ 4x + 3y = 7\,800\,000 \end{cases}$ $x = 1\,200\,000 \text{ et } y = 1\,000\,000$ <p>Le salaire de Sami est 1 200 000 LL alors que celui de son épouse est 1 000 000 LL.</p>					4																				
II	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Temps en heures</th> <th>[0 ; 6[</th> <th>[6 ; 12[</th> <th>[12 ; 18[</th> <th>[18 ; 24]</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Elèves de L.H.</td> <td>4</td> <td>8</td> <td>12</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>Elèves de S.G.</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>14</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>Centre</td> <td>3</td> <td>9</td> <td>15</td> <td>21</td> </tr> </tbody> </table>					Temps en heures	[0 ; 6[	[6 ; 12[	[12 ; 18[	[18 ; 24]	Elèves de L.H.	4	8	12	6	Elèves de S.G.	1	3	14	12	Centre	3	9	15	21	
	Temps en heures	[0 ; 6[	[6 ; 12[	[12 ; 18[	[18 ; 24]																					
	Elèves de L.H.	4	8	12	6																					
	Elèves de S.G.	1	3	14	12																					
	Centre	3	9	15	21																					
1a	<p>Temps moyen consacré à l'étude d'un élève de L.H. est :</p> $\frac{4 \times 3 + 8 \times 9 + 12 \times 15 + 6 \times 21}{30} = 13 \text{ heures.}$					1																				
1b	<p>Temps moyen consacré à l'étude d'un élève de S.G. est :</p> $\frac{1 \times 3 + 3 \times 9 + 14 \times 15 + 12 \times 21}{30} = 16,4 \text{ heures.}$					1																				
2a	$P(E) = \frac{12 + 6 + 14 + 12}{60} = \frac{44}{60} = \frac{11}{15}$					1																				
2b	$P(E/L) = \frac{18}{30} = \frac{9}{15} ; P(E/S) = \frac{26}{30} = \frac{13}{15} ; P(L/E) = \frac{18}{44} = \frac{9}{22}$ $P(E \cap L) = P(E) \times P(L/E) = \frac{11}{15} \times \frac{9}{22} = \frac{3}{10}$ <p><math>\blacktriangleright</math> Ou directement : <math>P(E \cap L) = \frac{18}{60} = \frac{3}{10}</math></p> $P(S/\bar{E}) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$					3																				
III	1	$\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x < -1}} f(x) = -\infty ; \lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x > -1}} f(x) = +\infty$ <p>La droite (D) d'équation <math>x = -1</math> est une asymptote à (C).</p>					1																			
	2-a	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x} = -\infty ; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x} = +\infty$					1/2																			
	2-b	$f(x) - (x + 1) = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1} - (x + 1) = \frac{x^2 + 2x + 2 - x^2 - 2x - 1}{x + 1} = \frac{1}{x + 1}$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x + 1)] = 0 \text{ et } \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x + 1)] = 0$ <p>La droite d'équation <math>y = x + 1</math> est asymptote à (C).</p>					1/2																			
	3	$f'(x) = \frac{(2x + 2)(x + 1) - (x^2 + 2x + 2)}{(x + 1)^2} = \frac{x^2 + 2x}{(x + 1)^2} = \frac{x(x + 2)}{(x + 1)^2}$					1																			

4	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>x</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>-\infty</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>-2</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>-1</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>0</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>f'(x)</math></td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">+</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>f(x)</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>-\infty</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>-2</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>+\infty</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>2</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>+\infty</math></td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$	$-2$	$-1$	$0$	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	-	0	+	$f(x)$	$-\infty$	$-2$	$+\infty$	$2$	$+\infty$	1 ½
$x$	$-\infty$	$-2$	$-1$	$0$	$+\infty$																
$f'(x)$	+	0	-	-	0	+															
$f(x)$	$-\infty$	$-2$	$+\infty$	$2$	$+\infty$																
5		2																			
6	<p>Les solutions de l'équation <math>\frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1} = m</math> sont les abscisses des points de rencontre de (C) et de la droite parallèle à l'axe des abscisses d'équation <math>y = m</math>.</p> <p> <math>m &lt; -2</math>            (2 solutions)  <math>m = -2</math>            (1 solution)  <math>-2 &lt; m &lt; 2</math>        (0 solution)  <math>m = 2</math>              (1 solution)  <math>m &gt; 2</math>              (2 solutions) </p>	1 ½																			
7-a	$\frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1} = x$ ; $x^2 + 2x + 2 = x^2 + x$ ; $x = -2$ ; A(-2 ; -2)	1																			
7-b	$\frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1} < x$ signifie que (C) est au-dessous de (d'), par suite $-2 < x < -1$ .	1																			