


المادة: الرياضيات الشهادة: المتوسطة نموذج رقم - ٥ - المدة : ساعتان	الهيئة الأكاديمية المشتركة قسم : الرياضيات	 المركز العربي للبحوث والدراسات
---	---	---

نموذج مسابقة (إراعي تعليق الدروس والتوصيف المعدل للعام الدراسي ٢٠١٦-٢٠١٧ وحتى صدور المناهج المطورة)

ارشادات عامة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة.

I- (1,5points) On donne : $a = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

1) Démontrer que : $a^2 - a - 1 = 0$

2) Démontrer que : $\frac{1}{a} = a - 1$

II – (3 points)

1) a) Vérifier que $x^2 + 6x + 5 = (x + 3)^2 - 4$

b) Factoriser $x^2 + 6x + 5$

2) ABC est un triangle rectangle en A.

x étant un nombre positif, on pose $AC = 2x + 2$ et l'aire de ABC est égale à $x^2 + 6x + 5$.

a) Montrer que $AB = x + 5$

b) Calculer BC^2 en fonction de x .

3) Déterminer x pour que l'aire du triangle ABC soit égale à 12 unités d'aire.

III- (2,5points)

Les créateurs d'un site internet mènent une enquête auprès de quelques visiteurs du site.

Ils leur demandent d'attribuer une note sur 5 au site.

Les résultats obtenus sont représentés par le tableau suivant.

Notes	1	2	3	4	5
Effectifs	4	10	14	12	10

1) Calculer la moyenne des notes obtenues.

2) Les créateurs du site sont satisfaits si au moins 65 % des visiteurs donnent une note supérieure ou égale à 3.

Est-ce le cas? Expliquer pourquoi.

3) Construire le diagramme en bâtons des effectifs.

IV- (2,5points)

Pour transporter des marchandises, monsieur Jad s'adresse à deux entreprises de transport A et B qui lui proposent les offres suivantes :

Offre de l'entreprise A : 2 000 LL par kilomètre.

Offre de l'entreprise B : 210 000 LL payées à l'avance et 1500 LL par kilomètre.

1) Calculer la somme à payer, pour un déplacement de 100 km selon l'offre de chacune des deux entreprises.

2) x étant le nombre de kilomètres; on note y_1 le prix demandé par l'entreprise A et y_2 le prix demandé par l'entreprise B.

Exprimer y_1 et y_2 en fonction de x .

- 3) Calculer la distance pour laquelle les deux prix demandés sont les mêmes. Quel est alors ce prix?
- 4) Jad choisit l'offre A et paye 500 000 LL. A-t-il choisi l'offre la plus avantageuse ?

V - (5,5points)

ABE est un triangle isocèle de sommet principal B tel que $BA = BE = 6$ cm et $\widehat{ABE} = 140^\circ$.


Le cercle (C) de diamètre [BE] et de centre O recoupe la droite (AB) au point F. Le point I est le milieu de [AE]

- 1) Faire une figure.
- 2) Quelle est la nature du triangle BEF? Justifier.
- 3) Montrer que I est un point de (C).
- 4) Calculer BF et en donner une valeur approchée à 10^{-2} près.
- 5) a) Démontrer que les triangles ABI et AEF sont semblables, et en déduire que $AB \times AF = 2 AI^2$.
b) Calculer AE .
- 6) Les deux droites (BI) et (EF) se rencontrent en H. Soit (d) la droite passant par B et parallèle à (AH). La droite (d) coupe (AE) et (EF) en G et L respectivement.
 - a) Montrer que (LG) est tangente au cercle (C).
 - b) Calculer le rapport $\frac{EL}{EH}$.

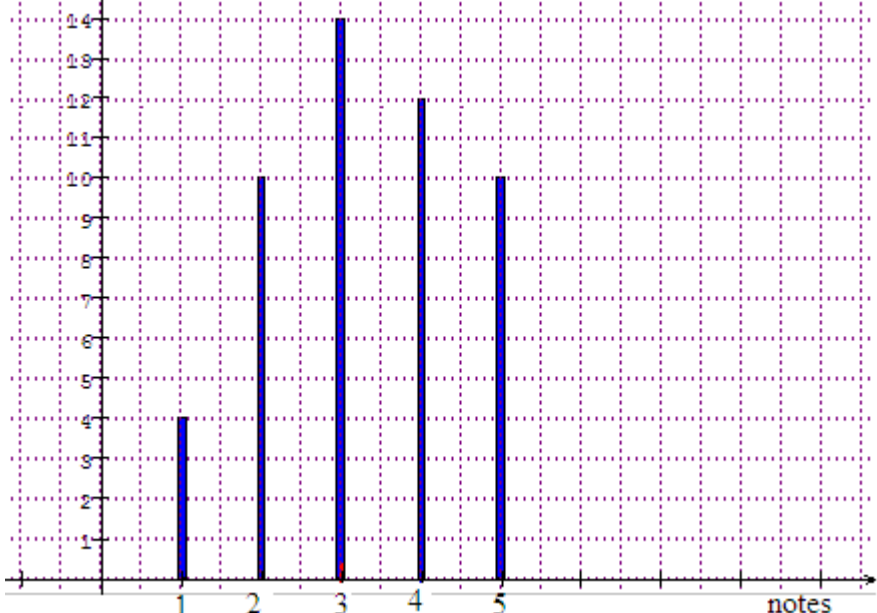
VI - (5points)

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé d'axes ($x'Ox$) et ($y'Oy$), on donne les points A(4 ; 2), B(0 ; 4). Soit (d) la droite passant par B et perpendiculaire à (OA).

- 1) Placer les points A, B et tracer (d).
- 2) a) Montrer que le triangle AOB est isocèle.
b) Montrer que $y = -2x + 4$ est une équation de (d).
- 3) Soit H l'orthocentre du triangle OAB.
 - a) Vérifier que $y_H = 2$.
 - b) Calculer x_H .
- 4) On note par E le point d'intersection de (OH) et (AB), et F celui de (d) et $x'Ox$.
 - a) Calculer les coordonnées de F.
 - b) Montrer que les 2 triangles OBF and EOB sont semblables. Calculer leur rapport de similitude.
- 5) Soit (C) le cercle circonscrit au triangle BOF. Soit (T) la tangente en B au cercle (C).
 - a) Montrer que (T) est parallèle à (OA).
 - b) Ecrire une équation de (T).

المادة: الرياضيات الشهادة: المتوسطة نموذج رقم -٥- المدة : ساعتان	الهيئة الأكاديمية المشتركة قسم : الرياضيات	 المركز التربوي للبحوث والإنماء
---	---	---

أسس التصحيح (تراعي تعليق الدروس والتوصيف المعدل للعام الدراسي ٢٠١٦-٢٠١٧ وحتى صدور المناهج المطورة)

Question I		
	Réponses	Note
1	$a+1 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$; $a^2 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$ donc $a+1 = a^2$ alors $a^2 - a - 1 = 0$	1
2	$\frac{1}{a} = \frac{2}{1+\sqrt{5}} = \frac{1-\sqrt{5}}{-2}$ $a-1 = \frac{1-\sqrt{5}}{-2}$	0.5
Question II		
1.a	$(x+3)^2 - 4 = x^2 + 6x + 9 - 4 = x^2 + 6x + 5$	0.5
1.b	$x^2 + 6x + 5 = [x+3-2][x+3+2] = (x+1)(x+5)$	0.5
2.a	Aire de ABC = $\frac{AB \times AC}{2}$, $(x+1)(x+5) = \frac{2(x+1) \cdot AB}{2}$ en simplifiant par $2(x+1)$ alors $AB = x+5$	0.75
2.b	$BC^2 = (2x+2)^2 + (x+5)^2 = 5x^2 + 18x + 29$	0.5
3	$(x+3)^2 - 4 = 12$ alors $(x+3)^2 = 16$, $x+3 = 4$ ou $x+3 = -4$ donc $x = 1$ car $x = -7$ inacceptable	0.75
Question III		
1	$\bar{x} = \frac{1 \times 4 + 2 \times 10 + 3 \times 14 + 4 \times 12 + 5 \times 10}{50} = 3,28$	0.75
2	$14+12+10 = 36$ est l'effectif des visiteurs qui ont attribué une note ≥ 3 . $\frac{36}{50} \times 100 = 72\%$. $72\% \geq 65\%$ donc c'est le cas .	0.75
3		1

Question IV

1	Entreprise A : Somme payée = $2000 \times 100 = 200\,000$ LL Entreprise B : Somme payée = $1500 \times 100 + 210\,000 = 370\,000$ LL	0.5
2	$y_1 = 2000x$, $y_2 = 1500x + 210\,000$	0.5
3	$2000x = 1500x + 210\,000$ alors $x = 420$ km et le prix payé = $2000 \times 420 = 820\,000$ L.L	0.75
4	Pour A : $500\,000 = 2\,000x$ alors $x = 250$ km s'il a choisi B, la somme = $1500 \times 250 + 210\,000 = 585\,000$ LL. Oui Jad a fait le bon choix	0.75

Question V

1		0.5
2	BFE est un triangle rectangle (inscrit dans un demi-cercle).	0.5
3	I milieu de [AE] donc [BI] est une médiatrice dans le triangle isocèle ABE, par suite BIE est un triangle rectangle en I, alors inscrit dans le demi-cercle de diamètre [BE]	0.5
4	DANS le triangle ABC isocèle on a : $\widehat{BAE} = \widehat{AEB} = (180 - 140) \div 2 = 20^\circ$ $\widehat{EBF} = 40^\circ$ (angle extérieur). $\cos \widehat{EBF} = \frac{BF}{BE}$ alors $BF = BE \times \cos(40^\circ) = 6 \times \cos(40^\circ) = 4,59$ cm	1
5.a	$\widehat{BFE} = \widehat{BIA} = 90^\circ$ A angle commun , donc les 2 triangles sont semblables. $\frac{AB}{AE} = \frac{AI}{AF}$ (Rapport de similitude) d'où : $AB \times AF = AI \times AE = AI \times 2AI = 2AI^2$.	0.5 0.75
5.b	$AF = 6 + 4,59 = 10,59$ cm $AB \times AF = 2AI^2$ on calcule AI et on déduit que $AE = 2AI$.	
6.a	B orthocentre du triangle AEH donc [EB] est la troisième hauteur alors (EB) perpendiculaire à (AH) donc à (GL).	1,25

6.b	D'après Thalès on a : $\frac{EL}{EH} = \frac{EG}{EA}$ or $EG = \frac{EB}{\cos 20} = 6.38$ alors $\frac{EL}{EH} = \frac{6.38}{11.26}$	0,5
Question VI		
1		0,5
2.a	$AB = AO = \sqrt{20}$	0,5
2.b	Pente de (OA) = $\frac{1}{2}$ or (d) perpendiculaire à (OA) donc pente de (d) = -2 B est un point de (d) car $4 = -2 \times 0 + 4$	0,5
3.a	(AH) hauteur donc perpendiculaire à (y'y) donc $y_H = y_A = 2$	0,5
3.b	H est un point de (d) alors $x_H = 1$	0,5
4.a	$y_F = 0$ et F est sur (d) donc $x_F = 2$	0,5
4.b	$\hat{O} = \hat{E} = 90$ et $E\hat{O}B = O\hat{B}F$ angles à la base dans le triangle HOB Rapport de similitude = $\frac{OB}{BF} = \frac{4}{\sqrt{20}}$	1
5.a	(T) et (OA) sont parallèles deux perpendiculaires à une même troisième (BF).	0,5
5.b	$a(T) = a(OA) = \frac{1}{2}$ et (T) passe par B alors son équation est $y = \frac{1}{2}x + 4$	0,5